

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GEODÉSIA

MARIA APARECIDA ZEHNPFENNIG ZANETTI

CURITIBA

2007

SUMÁRIO

1. FUNDAMENTOS DE GEODÉSIA: INTRODUÇÃO	1
1.1 GEODÉSIA : DEFINIÇÃO, OBJETIVOS, O PROBLEMA BÁSICO DA GEODÉSIA	2
1.2 EVOLUÇÃO DA GEODÉSIA: MODELOS DA TERRA	3
1.2.1 Plano Topográfico	7
1.2.2 Elipsóide de Revolução	8
1.2.2.1 Conceitos sobre curvaturas	12
1.2.2.2 Seções normais no elipsóide	16
1.2.2.3 Seções normais recíprocas	17
1.2.2.4 Ângulo formado por duas seções normais recíprocas	20
1.2.2.5 Linha geodésica	21
1.2.2.6 Teorema de Clairaut	23
1.2.3 Esfera	23
1.2.4 Geóide	24
1.3 GRAVIDADE, VERTICAL DE UM PONTO E LINHA VERTICAL	25
1.4 COORDENADAS GEODÉSICAS E ASTRONÔMICAS; AZIMUTES GEODÉSICO E ASTRONÔMICO	26
1.4.1 Sistema Global	26
1.4.2 Sistema de Coordenadas Cartesianas Associado ao Sistema Global	26
1.4.3 Sistema de Coordenadas Esféricas Associado ao Sistema Global	27
1.4.4. Sistemas de Referência Relacionados ao Campo da Gravidade	28
1.4.5 Coordenadas Astronômicas	28
1.4.6 Sistema de Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas	29
1.4.7 Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas	30
1.4.8 Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas Espaciais	30
1.4.9 Azimute Geodésico e Azimute Astronômico	31
2. SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA	32
2.1 CONSTANTES FUNDAMENTAIS E SUA EVOLUÇÃO	32
2.1.1 Definições Básicas	33
2.1.2 Sistema de coordenadas equatoriais	34
2.1.3 Movimento do pólo	35
2.2 ROTAÇÃO DA TERRA E SISTEMAS DE TEMPO	37
2.2.1 Tempo Atômico	38
2.2.2 Tempo Universal	38
2.3 SISTEMAS DE REFERÊNCIA CELESTES E TERRESTRES	40
2.3.1 <i>IERS (International Earth Rotation Service)</i>	40
2.3.2 Sistema de Referência Celeste	41
2.3.3 Rede de Referência Celeste Internacional	41
2.4 DEFINIÇÃO E REALIZAÇÃO DE SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA	42
2.5 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICOS E DE ORIENTAÇÕES LOCAIS	43
2.5.1 Sistemas Geodésicos de Referência de Orientações Locais	43
2.5.1.1 SAD 69 (<i>South American Datum 1969</i>)	43
2.5.2 Sistemas de Referência Terrestres	45
2.5.3 ITRS (<i>IERS Terrestrial Reference System</i>)	46
2.5.4 ITRF (<i>IERS Terrestrial Reference Frame</i>)	47
2.5.5 WGS 84 (<i>World Geodetic System 1984</i>)	50

2.5.6. Atual Sistema Geodésico Brasileiro: SIRGAS2000	50
2.6 LIGAÇÃO ENTRE COORDENADAS ASTRONÔMICAS E GEODÉSICAS: EQUAÇÃO DE LAPLACE	52
2.6.1 Desvio da Vertical	52
2.6.2 Método Astrogeodésico de Determinação do Desvio da Vertical	54
3. TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EM DIFERENTES SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA	55
3.1 EQUAÇÕES SIMPLIFICADAS DE MOLODENSKII	55
3.2 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EM DIFERENTES SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA A PARTIR DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS	57
4. ESTRUTURAS GEODÉSICAS DE CONTROLE HORIZONTAL	60
4.1 DEFINIÇÃO	60
4.2 DATUM	64
4.3 GEOMETRIA DAS REDES GEODÉSICAS FUNDAMENTAIS; INJUNÇÕES MÍNIMAS	66
4.4 CONTROLE DE ESCALA E ORIENTAÇÃO: PONTOS DE LAPLACE	67
4.5 MEDIDAS DE BASES E ÂNGULOS	67
4.5.1 Medidas de Bases	68
4.5.2 Reduções a Serem Aplicadas nas Distâncias	69
4.5.2.1 Redução corda ao nível do mar	70
4.5.2.2 Correção da curvatura	71
4.5.2.3 Fator de escala	72
4.5.3 Medidas de Ângulos	72
4.5.3.1 Convergência meridiana	73
4.5.3.2 Correção para passar da seção normal à linha geodésica	75
5. TRANSPORTE DE COORDENADAS NO ELIPSÓIDE	76
5.1 PROBLEMA DIRETO E INVERSO	77
5.2 FÓRMULAS PARA O PROBLEMA DIRETO (segundo Puissant -lados curtos)	78
5.3 FÓRMULAS PARA O PROBLEMA INVERSO (segundo Puissant -lados curtos)	79
6. ESTRUTURAS GEODÉSICAS DE CONTROLE VERTICAL	80
6.1 ALTITUDE ELIPSOIDAL E ALTITUDE ORTOMÉTRICA	81
6.2 DATUM ALTIMÉTRICO – REDES DE ALTITUDES ORTOMÉTRICAS	82
6.3 NIVELAMENTO GEOMÉTRICO – ASPECTOS INSTRUMENTAIS E CORREÇÕES	83
6.4 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO	86
6.4.1 CÁLCULO DO DESNÍVEL ENTRE DUAS ESTAÇÕES SEM CONSIDERAR A ALTURA DO INSTRUMENTO	87
7. REFERÊNCIAS	90

1. FUNDAMENTOS DE GEODÉSIA: INTRODUÇÃO

O que é Geodésia? Muito simplificada Geodésia é o estudo da forma e dimensões da Terra. Observando-se fotos da Terra tiradas do espaço, a Terra parece redonda (esférica), como mostra a figura 1.1.

Figura 1.1- A Terra vista do espaço



Fonte: <http://www.fourmilab.ch/cgi-bin/uncgi/Earth?imgsize=1024&opt=>

Então, o que estudar? A forma da Terra é *aproximadamente* esférica. E por não ser *perfeitamente* esférica, é necessário conhecê-la exatamente para construir mapas acurados.

E para que são necessários mapas? Existe um velho ditado que diz: “Você não pode contar onde você está indo se você não souber onde você está”. Os mapas são como fotos.
Geodésia

Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti

Quem nunca ouviu a frase: “Uma figura vale por mil palavras”? Pois um bom mapa pode ajudar na compreensão de uma série de informações. Por exemplo, quando se convida um amigo pela primeira vez para ir a sua casa, pode-se explicar como se chega descrevendo o caminho, quais as ruas que a serem utilizadas, pontos de referência importantes, como praças, supermercados, etc, ou se faz um croqui indicando o caminho.

Toda informação georreferenciada é indispensável no planejamento e execução de projetos nos setores público e privado. Georreferenciada significa que todas as informações representadas que dizem respeito à Terra (geo) estão atreladas a um sistema coordenado (referenciado) que sirva como referência para diferentes informações garantindo a concordância de suas posições.

Define-se sistema coordenado no espaço (bi ou tridimensional) como uma relação de regras que especifica univocamente a posição de cada ponto neste espaço através de um conjunto ordenado de números reais denominados coordenadas.

A fim de construir mapas detalhados e melhores são necessários os sistemas de referência espacial. E para se ter um bom sistema de referência espacial é necessário conhecer a forma da Terra.

1.1 GEODÉSIA: DEFINIÇÃO, OBJETIVOS, O PROBLEMA BÁSICO DA GEODÉSIA

De acordo com a definição clássica de Friedrich Robert Helmert (1880) Geodésia é a ciência de medida e mapeamento da superfície da Terra. A superfície da Terra é formada pelo seu campo da gravidade e a maioria das observações geodésicas está a ele referida. Conseqüentemente, a definição de Geodésia inclui a determinação do campo da gravidade da Terra.

Mais modernamente, o objetivo original da Geodésia se expandiu e inclui aplicações no oceano e no espaço. Por exemplo, em colaboração com outras ciências, agora compreende a determinação do fundo oceânico e da superfície e campo da gravidade de outros corpos celestes, como a Lua (Geodésia lunar) e planetas (Geodésia planetária).

Finalmente, na definição clássica deve-se incluir ainda “variações temporais da superfície da Terra e seu campo da gravidade”.

Para atingir seus objetivos a Geodésia utiliza operações de diferentes tipos, de onde surgiu a divisão:

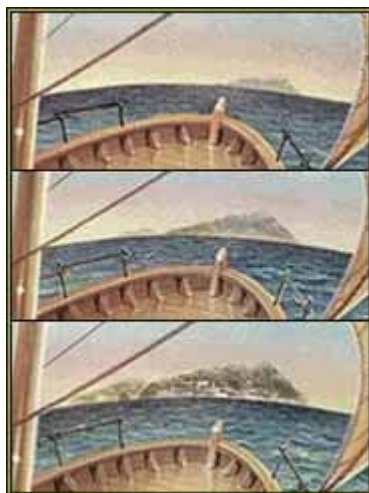
- Geodésia Geométrica: realiza operações geométricas sobre a superfície terrestre (medidas angulares e de distâncias) associadas a poucas determinações astronômicas.
- Geodésia Física: realiza medidas gravimétricas que conduzem ao conhecimento detalhado do campo da gravidade.
- Geodésia Celeste: utiliza técnicas espaciais de posicionamento, como satélites artificiais.

Apoiando-se nesses conceitos, define-se o problema básico da Geodésia: “determinar a figura e o campo da gravidade externa da Terra e de outros corpos celestes em função do tempo, a partir de observações sobre e exteriormente às superfícies desses corpos”.

1.2 EVOLUÇÃO DA GEODÉSIA: MODELOS DA TERRA

Desde as mais antigas civilizações o homem interessa-se pela forma da Terra (figura 1.2). Não é demais historiar resumidamente a evolução das teorias sobre esse assunto.

Figura 1.2 – Esfericidade da Terra



Fonte: National Geographic Picture “Atlas of the World” National Geographic Society

Os poemas de Homero apresentam a Terra como um imenso disco flutuando sobre o oceano e o Sol como o coche (carruagem antiga e suntuosa) em que os deuses efetuavam seu passeio diário. Anaxágoras, por não admitir tais idéias, feriu preceitos religiosos da época, e

Geodésia *Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti*

foi enclausurado em uma prisão em Atenas. Também Aristarco, o “Copérnico da antiguidade”, ao sugerir que a Terra girava em torno do Sol, foi acusado de sacrilégio por “perturbar o descanso dos deuses”.

Pitágoras, Tales e Aristóteles reprovavam as idéias de uma Terra chata e defendiam sua esfericidade. Pitágoras acreditava que a Terra girava em torno do Sol, teoria categoricamente combatida por Aristóteles. Como Aristóteles era considerado um mestre infalível, pela sua genialidade e importantes contribuições, suas doutrinas não foram contestadas durante séculos, o que constituiu uma barreira a qualquer conceito contraditório.

Aristóteles no século IV AC. apresentou os seguintes argumentos para provar a teoria sobre a esfericidade da Terra:

- o contorno circular da sombra projetada pela Terra nos eclipses da Lua;
- a variação do aspecto do céu estrelado com a latitude;
- a diferença de horário na observação de um mesmo eclipse para observadores situados em meridianos diferentes.

Eratóstenes (276 – 175 A.C.) foi o primeiro a determinar as dimensões do planeta, suposto esférico (figura 1.3). Observou que em Syene (atual Assuan, na margem direita do Nilo) no solstício de verão, o Sol cruzava o meridiano no zênite e concluiu que sua localização era o trópico de Câncer, pois no “dia solsticial de verão o Sol iluminava o fundo de um poço”. Em Alexandria, também no solstício de verão, determinou que a distância zenital da passagem meridiana do Sol era de $1/50$ da circunferência, ou seja, $7^{\circ} 12'$. Admitindo, que as duas cidades situavam-se sobre o mesmo meridiano e conhecendo a distância entre elas, obteve para o raio terrestre 6.285,825 km e para a circunferência equatorial 39.375,0 km.

Figura 1.3 – Primeira determinação do raio da Terra



Cerca de um século e meio mais tarde, Posidônio utilizou o método de Eratóstenes, observando a estrela Canopus, ao invés do Sol, nas cidades de Rodes e Alexandria e chegou ao valor de 37.800,0 km para a circunferência equatorial.

Cláudio Ptolomeu (100-178 DC) viveu no Egito e foi o autor do sistema geocêntrico que atravessou intacto 14 séculos até ser desmentido por Copérnico. Concluiu pela esfericidade da Terra apresentando entre outros argumentos que o nascer e ocultar do Sol, Lua e estrelas não se dão ao mesmo tempo para todos os observadores e que “quanto mais se avança em direção ao norte, mais estrelas do hemisfério sul se tornam invisíveis”.

Em 1619, na França, Picard, após introduzir várias melhorias no instrumental de mensuração angular, utilizando pela primeira vez uma luneta com retículos, estabeleceu uma rede de triangulação e mediu o arco de meridiano, de Paris a Amiens, em função do qual calculou o raio da Terra. Obteve o valor de 6.372,0 km. Newton utilizou o resultado obtido por Picard, na sua teoria da gravitação universal.

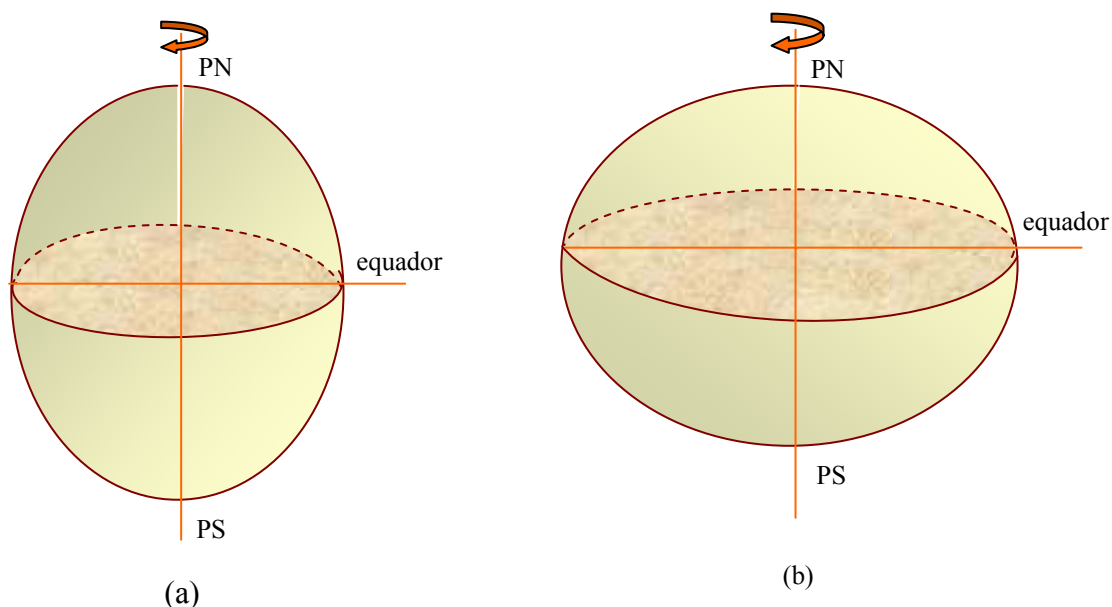
Newton, nos seus estudos sobre a gravitação, percebeu que a Terra não era perfeitamente esférica, mas achatada nos pólos, devendo a força da gravidade decrescer dos pólos para o equador. Essas suposições teóricas, foram confirmadas pelas experiências de Richter sobre observações pendulares em Paris e Cayena, nas quais revelou o aumento do período do pêndulo com a diminuição da latitude.

O polonês Copérnico destruiu o mito da imobilidade da Terra, que remontava a Aristóteles, conferindo-lhe além do movimento de rotação o movimento de translação em torno do Sol.

Cassini, prosseguiu as triangulações iniciadas por Picard e concluiu que um arco de meridiano diminuía com o aumento da latitude, o que, se fosse verdadeiro, provaria que a Terra seria alongada segundo o eixo de rotação.

Assim, surgiu uma controvérsia, segundo Cassini a Terra seria alongada segundo o eixo de rotação e segundo Newton a Terra seria achatada (figura 1.4).

Figura 1.4 – A Terra segundo Cassini (a) e a Terra segundo Newton (b)

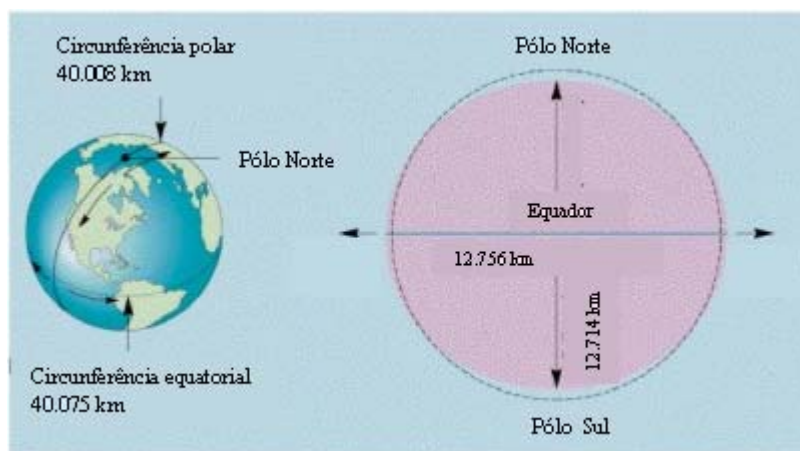


Visando resolver o problema a Academia de Ciências de Paris tomou a iniciativa de medir arcos de meridiano em latitudes bem diferentes e organizou duas expedições científicas em 1735. Uma delas comandada por Bouguer, La Condamine e Godin, efetuou no Peru (que naquela época compreendia também o Equador) a medida de um arco de $3^{\circ} 07'$ cortado pela linha equatorial. Os cálculos forneceram para o arco de meridiano de 1° , junto ao equador terrestre o comprimento de 110.614 m. A segunda expedição, integrada pelos cientistas Clairaut, Maupertius, Celsius e Camus, dirigiu-se a Lapônia, e obteve para comprimento de um arco de meridiano de 1° , cortado pelo círculo polar ártico 111.949 m.

O aumento verificado no comprimento do arco de meridiano com a latitude, mostrou que Newton tinha razão e a Terra se assemelharia a um elipsóide revolução cujo eixo menor coincide com o eixo de rotação (figura 1.5).

Com o passar do tempo, as triangulações geodésicas se multiplicaram e foram medidos arcos de meridianos e paralelos em várias regiões da Terra, com aumento da precisão. Baseando-se neste tipo de trabalho, foram sendo calculados os parâmetros do elipsóide de revolução ideal. A Geodésia do século XIX concentrou-se na pesquisa de parâmetros do melhor elipsóide.

Figura 1.5 - Forma da Terra



Em uma primeira aproximação, as irregularidades da superfície terrestre podem ser negligenciadas, reduzindo-se o problema à determinação das dimensões do modelo geométrico mais adequado. Devido a essas irregularidades da superfície terrestre, adotam-se modelos ou superfícies de referência, mais simples, regulares e com características geométricas conhecidas que permitam a realização de reduções e sirvam de base para cálculos e representações.

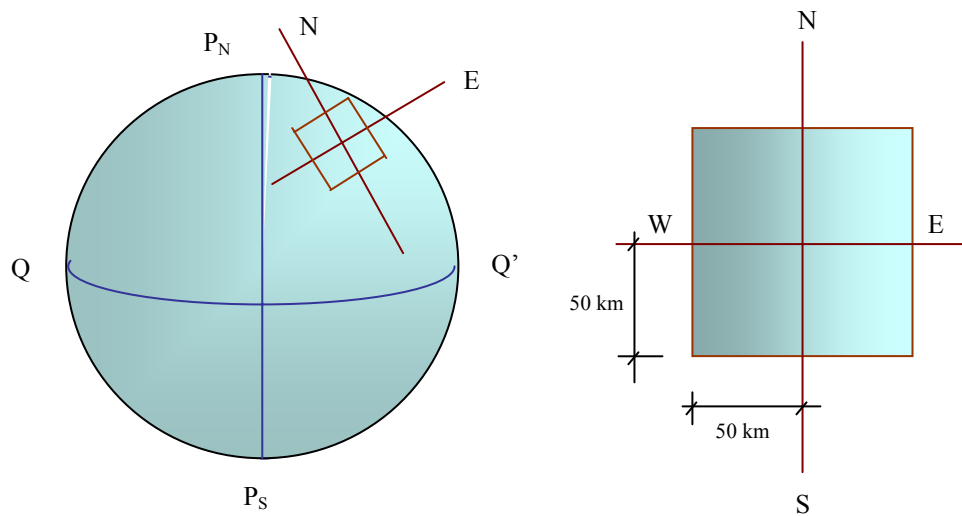
As superfícies de referência utilizadas em levantamentos são o plano topográfico, o elipsóide de revolução, a esfera e o Geóide.

1.2.1 Plano Topográfico

Em Topografia adota-se a hipótese simplificada do plano topográfico (figura 1.6) como superfície de referência, caso em que não se considera a influência de erros sistemáticos devidos à curvatura da Terra e ao desvio da vertical. Face aos erros decorrentes destas simplificações, este plano tem suas dimensões limitadas.

A NBR 14166, Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento (ABNT, 1998, p.7) define plano topográfico por “superfície definida pelas tangentes, no ponto origem do Sistema Topográfico, ao meridiano deste ponto e à geodésica normal a este meridiano.” De acordo com esta NBR, o plano topográfico deve ter a área máxima de 100 km x 100 km.

Figura 1.6 – Plano Topográfico

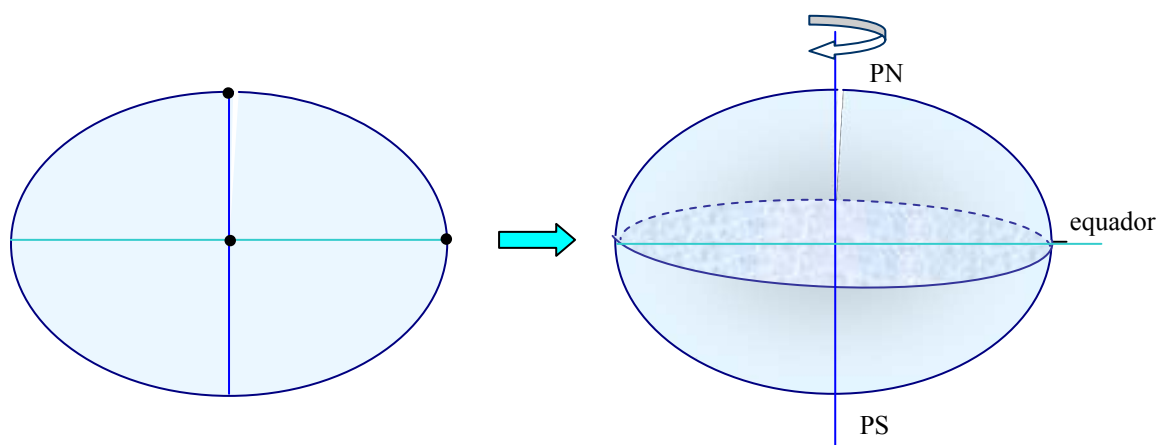


1.2.2 Elipsóide de Revolução

O elipsóide de revolução foi proposto como figura geométrica da Terra (TORGE, 2001, p. 8) por Isaac Newton (1643-1727), e é a figura gerada pela rotação de uma elipse sobre um de seus eixos (eixo de revolução); se este eixo for o menor tem-se um elipsóide achatado.

Um elipsóide de revolução fica perfeitamente definido por meio de dois parâmetros, o semi-eixo maior a e o semi-eixo menor b (figura 1.7). Em Geodésia, o elipsóide de revolução é tradicionalmente definido através dos parâmetros semi-eixo maior a e achatamento f .

Figura 1.7 – Elipsóide de Revolução



Existem mais de 70 tipos de elipsóides de revolução, utilizados em diferentes países para trabalhos geodésicos (GEMAEL, 1981, não paginado). Na atualidade estes elipsóides vêm sendo substituídos normalmente pelo elipsóide do *GRS80* (*Geodetic Reference System 1980*) com orientação global definida pelo *IERS* (*International Earth Rotation Service*).

A seguir são apresentadas algumas equações que relacionam parâmetros do elipsóide de revolução.

O achatamento f e a primeira excentricidade ao quadrado e^2 são dados por:

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (1.1)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (1.2)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (1.3)$$

A segunda excentricidade e'^2 é fornecida por:

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (1.4)$$

que se relaciona com a primeira excentricidade por:

$$(1 - e^2)(1 + e'^2) = 1 \quad (1.5)$$

ou

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} = \frac{2f - f^2}{(1 - f)^2} \quad (1.6)$$

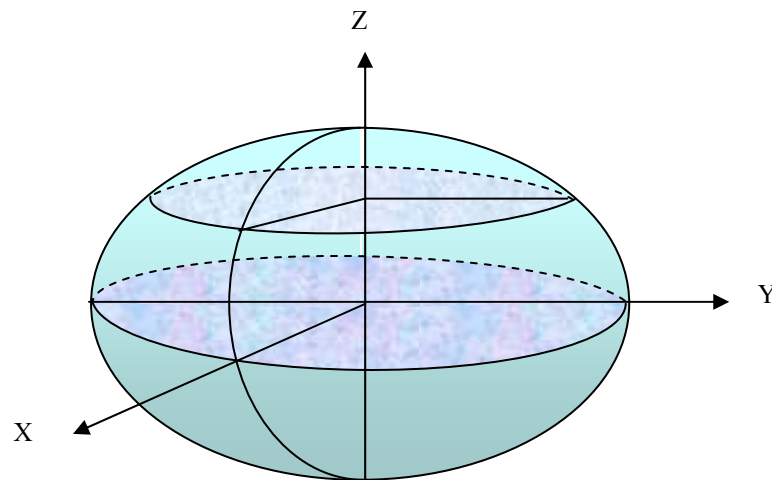
$$e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2} \quad (1.7)$$

$$\frac{a^2}{b^2} = (1 + e'^2) = \frac{1}{1 - e^2} = \frac{e'^2}{e^2} \quad (1.8)$$

$$f = \frac{e^2 e'^2}{e + e'} \quad (1.9)$$

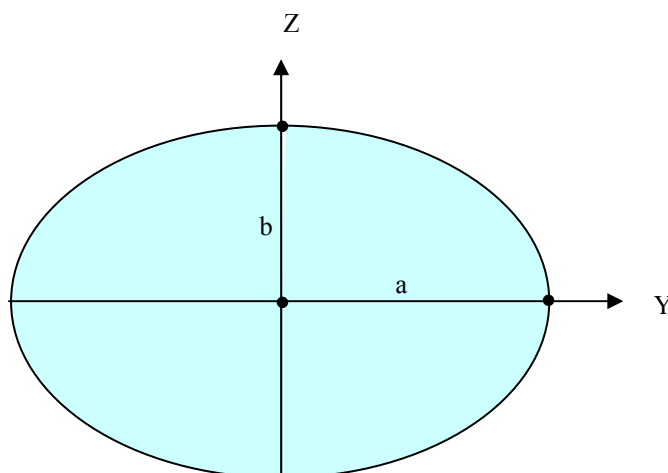
Seja um sistema de coordenadas cartesianas tridimensionais dextrógiro cuja origem coincide com o centro do elipsóide de revolução, conforme ilustra a figura 1.8.

Figura 1.8 – Sistema de coordenadas cartesianas tridimensionais associado ao elipsóide de revolução



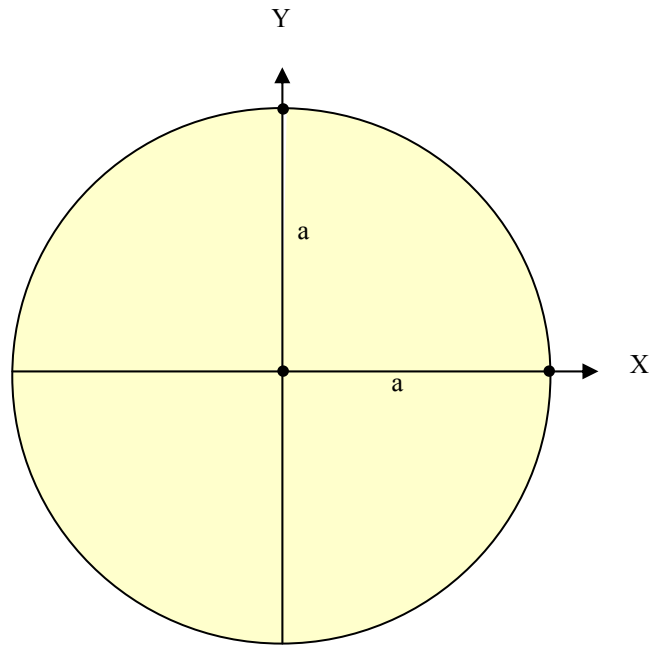
Fazendo $X = 0$, obtém-se no plano YZ uma elipse com semi-eixo maior a e semi-eixo-menor b (figura 1.9).

Figura 1.9 – Elipse no plano YZ



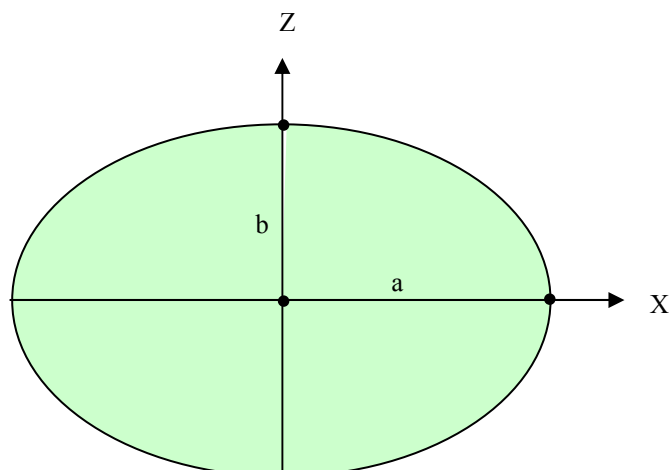
Fazendo $Z = 0$, obtém-se no plano XY uma circunferência com raio igual ao semi-eixo maior a (figura 1.10). Os planos paralelos ao plano XY também serão circunferências cujos raios r_ϕ (equação 1.18) irão variar conforme a latitude.

Figura 1.10 – Circunferência no plano XY



E fazendo $Y = 0$, obtém-se no plano XZ uma elipse com semi-eixo maior a e semi-eixo-menor b (figura 1.11).

Figura 1.11 – Elipse no plano XZ

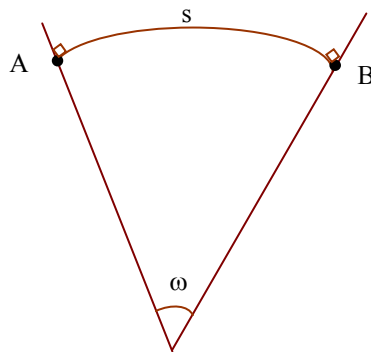


1.2.2.1 Conceitos sobre curvaturas

Seja s a distância entre dois pontos A e B sobre uma curva plana e ω o ângulo formado pelas normais que passam por A e B (figura 1.12). Define-se a curvatura (ρ) da linha pelo quociente

$$\rho = \frac{\omega}{s} \quad (1.10)$$

Figura 1.12 – Curvatura



Raio de curvatura da curva em um ponto (ou raio do círculo osculador) é o inverso da curvatura, ou seja,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{s}{\omega} \quad (1.11)$$

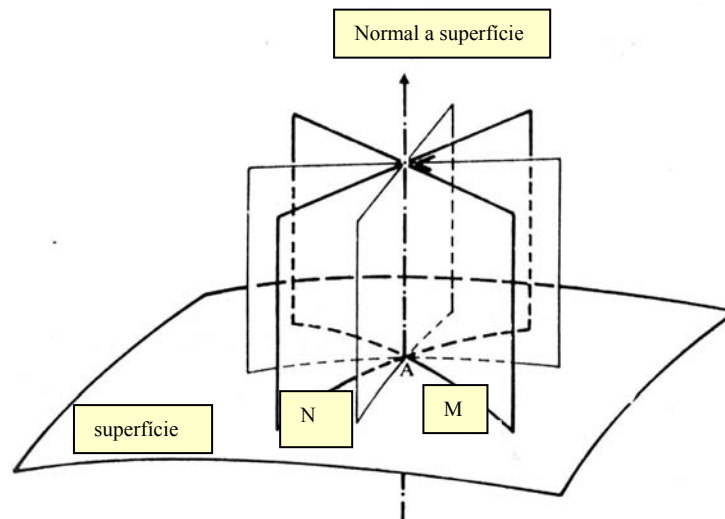
Chama-se raio de curvatura principal em um ponto A de uma superfície, à seção produzida por um plano normal à mesma, tal que o raio de curvatura correspondente seja o máximo ou o mínimo dentre todos os possíveis.

Normalmente, em uma superfície, existirão duas seções principais. Todas as demais, compreendidas por planos que passam pela normal ao ponto A terão raios de curvatura compreendidos entre ambos, conforme ilustra a figura 1.13 (ASÍN, 1990, p. 167).

Restringindo-se ao elipsóide, têm-se duas seções principais, a da elipse meridiana, com curvatura máxima e a produzida por um plano que contém a normal no ponto A e é

perpendicular ao plano do meridiano, cuja curvatura é mínima. Os raios de curvatura correspondentes a estas seções principais são M e N (equações 1.14 e 1.12 respectivamente).

Figura 1.13 – Planos que passam pela normal no ponto A



Fonte: adaptado de ASÍN(1990, p.168)

O raio de curvatura da seção primeiro vertical N ou grande normal e a pequena normal N' são dados por:

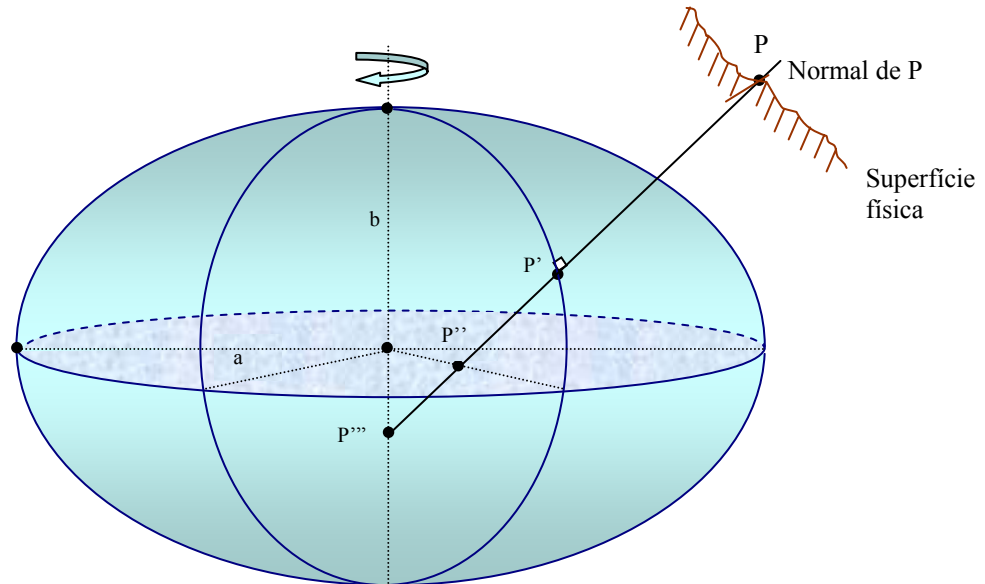
$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (1.12)$$

$$N' = N(1 - e^2) \quad (1.13)$$

onde ϕ é a latitude geodésica de P.

Na figura 1.14, seja uma reta que passa por um ponto P na superfície física da Terra perpendicular à superfície do elipsóide de revolução. Esta reta é denominada normal de P. A distância entre os pontos P' e P''' é a grande normal N e a distância entre os pontos P' e P'' é a pequena normal N'.

Figura 1.14 – Grande normal N e pequena normal N'



O raio de curvatura da seção meridiana M é calculado por:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\phi)^{3/2}} \quad (1.14)$$

Conhecidos os raios de curvatura principais em um ponto define-se como curvatura média a expressão:

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{\sqrt{NM}} \quad (1.15)$$

E o raio médio de curvatura é dado por:

$$R_M = \sqrt{NM} \quad (1.16)$$

Conhecendo-se o azimute A de uma seção normal em um ponto do elipsóide, o raio de curvatura correspondente a essa seção é proporcionado pelo Teorema de Euler, que fornece o raio de curvatura R de uma seção genérica com azimute A:

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 A}{M} + \frac{\sin^2 A}{N} \quad (1.17)$$

O raio do paralelo r_ϕ que contém um ponto dado é fornecido pelo Teorema de Meusnier, cujo enunciado é (GEMAEL, 1987, não paginado):

“O raio de curvatura de uma seção oblíqua cujo plano contém uma tangente à superfície na origem é igual ao produto do raio da seção normal cujo plano contém a mesma tangente pelo cosseno do ângulo formado pelas duas seções”.

$$r_\phi = N \cos \phi \quad (1.18)$$

A distância D de um ponto ao centro do elipsóide é fornecida por

$$x = N \cos \phi \quad (1.19)$$

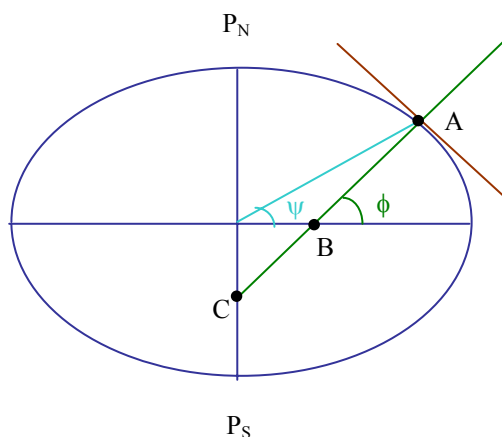
$$y = N' \sin \phi \quad (1.20)$$

$$D = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (1.21)$$

A latitude geocêntrica ψ , ilustrada na figura 1.15, é fornecida por:

$$\tan \Psi = (1 - e^2) \tan \phi \quad (1.22)$$

Figura 1.15 – Representação da latitude geodésica e geocêntrica no elipsóide de revolução



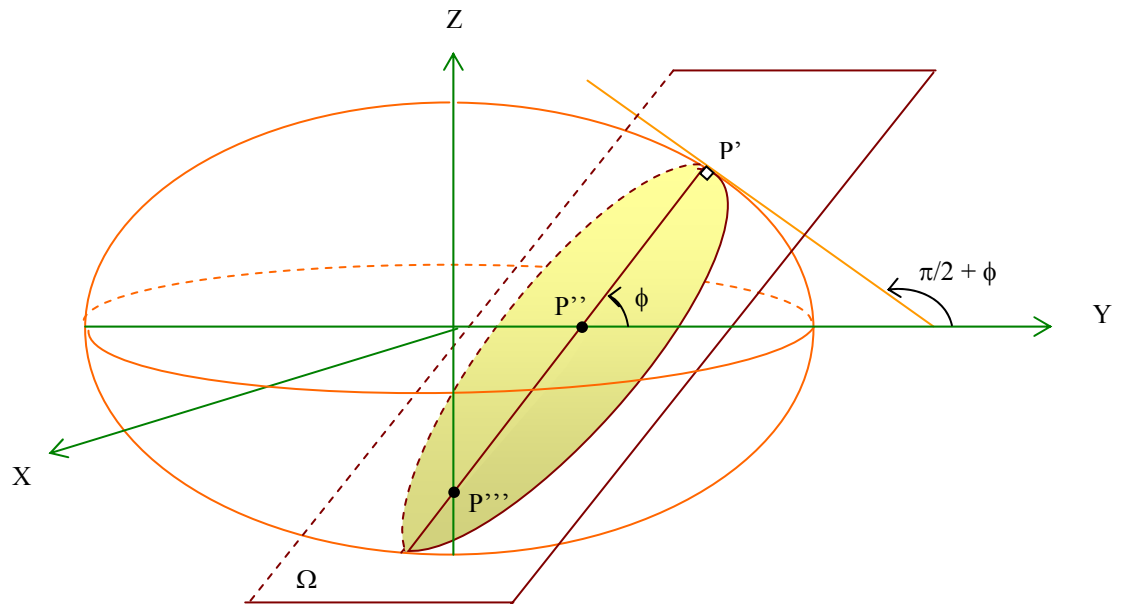
1.2.2.2 Seções normais no elipsóide

Por um ponto P' sobre a superfície do elipsóide de revolução é possível conduzir infinitos planos que contêm a normal à superfície. Qualquer plano que contém a normal e portanto seja perpendicular ao plano tangente ao elipsóide nesse ponto é chamado de plano normal. A curva resultante da interseção de um plano normal com a superfície elipsóidica chama-se seção normal. Em cada ponto existem duas seções normais principais que são mutuamente perpendiculares e cujas curvaturas nesse ponto são, uma máxima e uma mínima.

Um ponto P' sobre a superfície de um elipsóide de revolução possui as seções normais principais chamadas de seção normal meridiana e seção normal primeiro vertical. A seção normal do primeiro vertical é gerada pelo plano Ω perpendicular seção meridiana no ponto P' (figura 1.16).

O raio de curvatura da seção meridiana é representado por M e o raio de curvatura da seção primeiro vertical é representado por N .

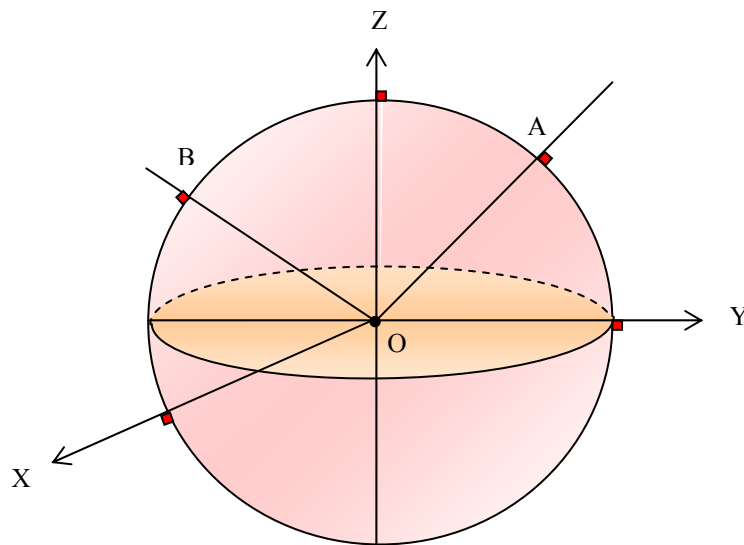
Figura 1.16 – Seção normal primeiro vertical



1.2.2.3 Seções normais recíprocas

As normais relativas a dois pontos de uma superfície esférica convergem no centro da esfera, sendo portanto co-planares (figura 1.17). O mesmo não acontece com dois pontos quaisquer da superfície elipsoidal.

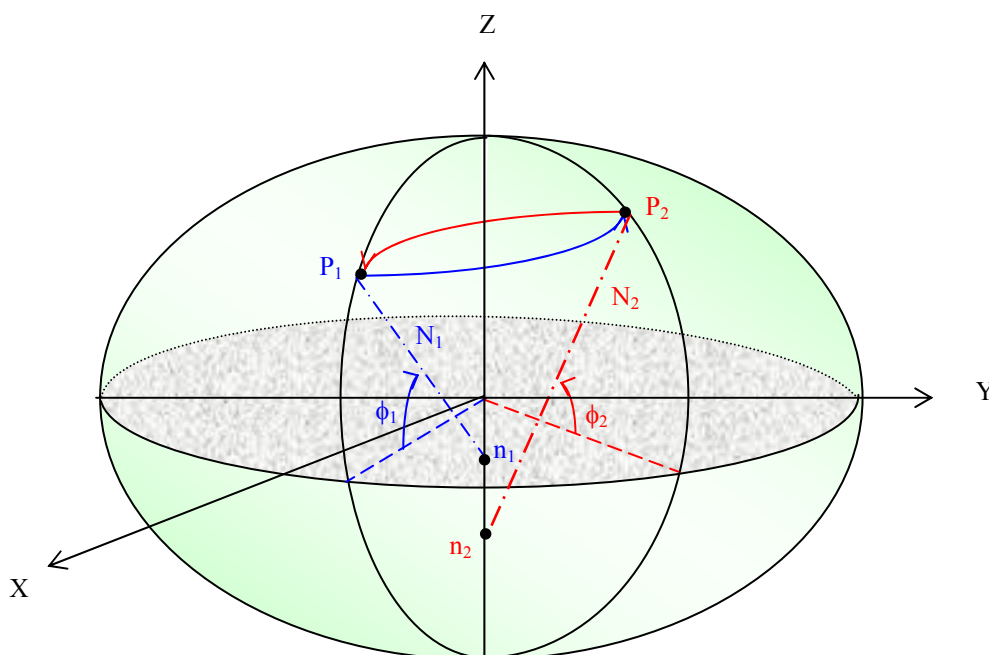
Figura 1.17 – Normais a uma superfície esférica



Sejam dois pontos P_1 e P_2 sobre a superfície de um elipsóide de revolução, com latitudes ϕ_1 e ϕ_2 tal que $|\phi_1| < |\phi_2|$ e as longitudes λ_1 e λ_2 sejam diferentes, conforme a figura 1.18.

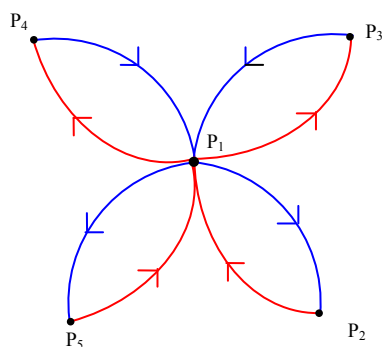
As normais à superfície elipsóidica de cada ponto interceptam o eixo Z em dois pontos diferentes n_1 e n_2 . Os segmentos de reta definidos por $P_1n_1 = N_1$ e $P_2n_2 = N_2$ são as grandes normais (ou raios de curvatura da seção primeiro vertical) dos pontos P_1 e P_2 , calculados pela equação (1.12).

Observa-se na figura 1.18 que quanto maior for a latitude do ponto, maior a grande normal.

Figura 1.18 – Seções normais em dois pontos P_1 e P_2 

A seção normal resultante da interseção do plano que contém a normal em P_1 e o ponto P_2 , com o elipsóide de revolução, é dita “seção normal direta” em relação a P_1 , ou “seção normal recíproca” em relação a P_2 , indicada por uma seta no sentido de P_2 . A seção normal resultante da interseção do plano que contém a normal em P_2 e o ponto P_1 , com o elipsóide de revolução, é chamada “seção normal direta” em relação a P_2 ou “seção normal recíproca” em relação a P_1 , indicada por uma seta no sentido de P_1 . Para identificar a seção normal direta de um ponto P_1 para um ponto P_2 toma-se como referência o ponto que estiver mais ao Sul. A seção direta do ponto mais ao Sul é a curva mais ao Sul (figura 1.19).

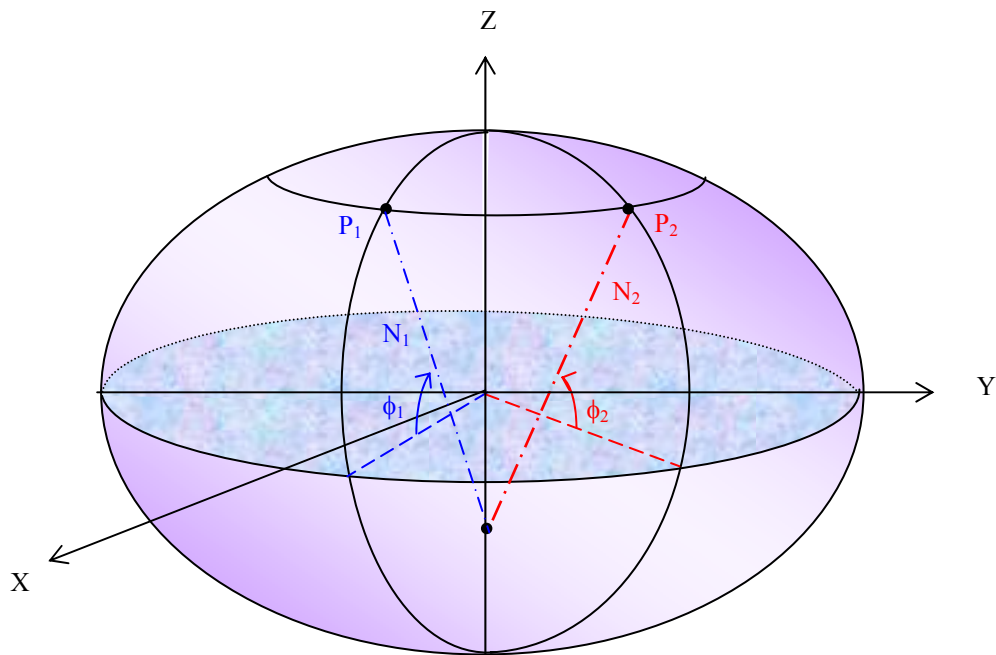
Figura 1.19 – Seções normais diretas e recíprocas



Existem alguns casos particulares em que as normais se interceptam, ou seja, são coplanares:

- a) quando os dois pontos P_1 e P_2 possuem a mesma latitude, situando-se portanto no mesmo paralelo (figura 1.20).

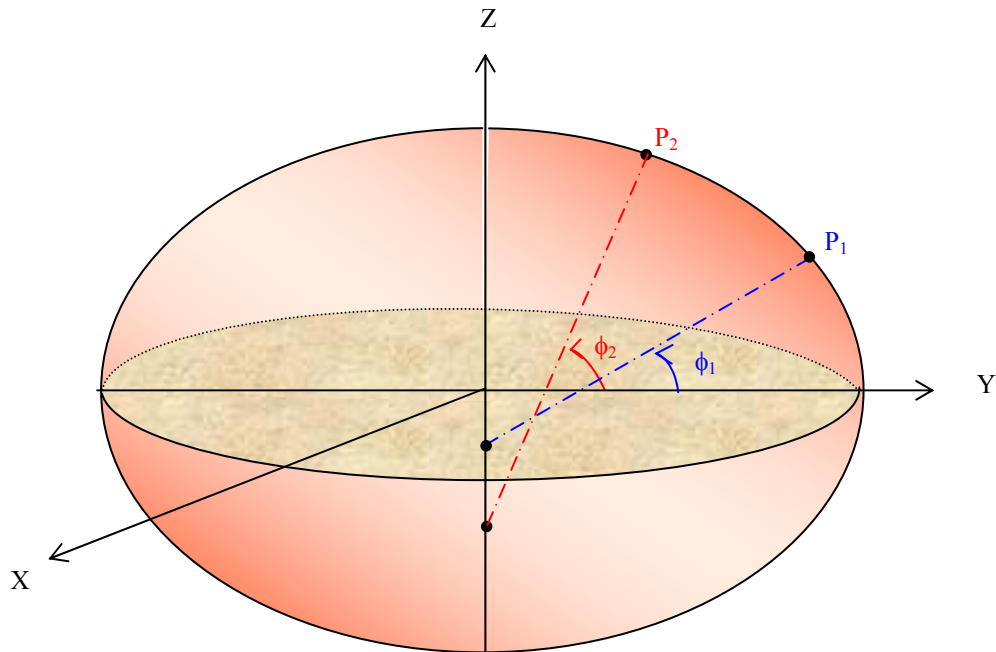
Figura 1.20 – Seções normais em dois pontos com mesma latitude



- b) quando os dois pontos P_1 e P_2 possuem a mesma longitude, situando-se portanto no mesmo meridiano (figura 1.21).

Portanto, para latitudes ou longitudes iguais, as seções normais recíprocas são coincidentes.

Figura 1.21 – Seções normais em dois pontos com mesma longitude



1.2.2.4 Ângulo formado por duas seções normais recíprocas

Dois pontos P_1 e P_2 com coordenadas elipsóidicas diferentes sobre a superfície de um elipsóide de revolução definem duas seções normais recíprocas. O ângulo formado pelas seções normais recíprocas é obtido pela equação:

$$\theta'' = \frac{e'^2 S^2}{4b^2} (\text{sen} 2A_s \cos^2 \phi - \frac{S \text{sen} A_s \text{sen} 2\phi}{4b}) \quad (1.23)$$

onde:

θ'' = ângulo entre duas seções normais recíprocas em segundos de arco;

e'^2 = segunda excentricidade;

S = comprimento da linha geodésica;

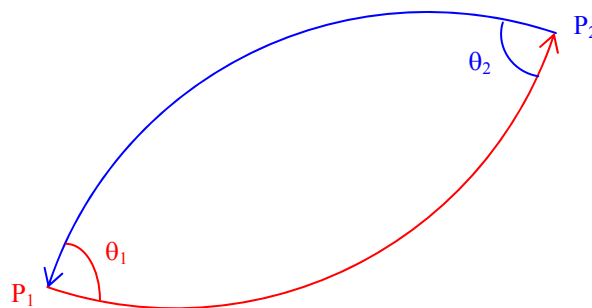
A_s = Azimute da seção normal direta (contado a partir do Norte do sentido horário);

ϕ = latitude geodésica ou elipsóidica;

b = semi-eixo menor;

Como a diferença entre os ângulos θ_1 e θ_2 formados pelas duas seções normais recíprocas em P_1 e P_2 , respectivamente, é muito pequena (figura 1.22), θ_1 e θ_2 são considerados iguais, o que não compromete a precisão dos resultados em cálculos geodésicos, como por exemplo, o transporte de coordenadas. O ângulo formado por duas seções normais recíprocas pode atingir a ordem de centésimos de segundo ($0,01''$) em triangulações e poligonações clássicas, com lados em torno de 40 km.

Figura 1.22 – Ângulo entre duas seções normais recíprocas

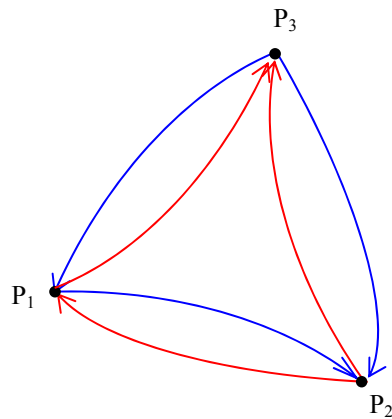


1.2.2.5 Linha geodésica

A figura 1.23 ilustra três pontos P_1 , P_2 e P_3 sobre a superfície do elipsóide de revolução. Se fosse possível instalar um teodolito no vértice P_1 , fazendo o eixo vertical coincidir com a normal ao ponto P_1 , ao apontá-lo para o ponto P_2 o plano de visada coincidiria com o plano da seção normal direta de P_1 para P_2 . De P_2 para P_1 o plano de visada do teodolito interceptaria a superfície do elipsóide ao longo do plano da seção normal direta de P_2 para P_1 . A mesma análise pode ser feita para os outros vértices. Conclui-se que o triângulo P_1 - P_2 - P_3 não é determinado de maneira unívoca devido à duplicidade de seções normais.

Para definir o triângulo elipsóidico P_1 - P_2 - P_3 de maneira unívoca, os vértices P_1 , P_2 e P_3 devem ser unidos pelo melhor caminho. A curva que representa o menor caminho entre dois vértices geodésicos P_1 e P_2 sobre o elipsóide de revolução, não é a seção normal direta de P_1 nem a sua seção normal recíproca, mas sim uma curva, em geral reversa, situada entre duas seções normais recíprocas, denominada de geodésica. Curva reversa é uma curva que não está contida em um plano.

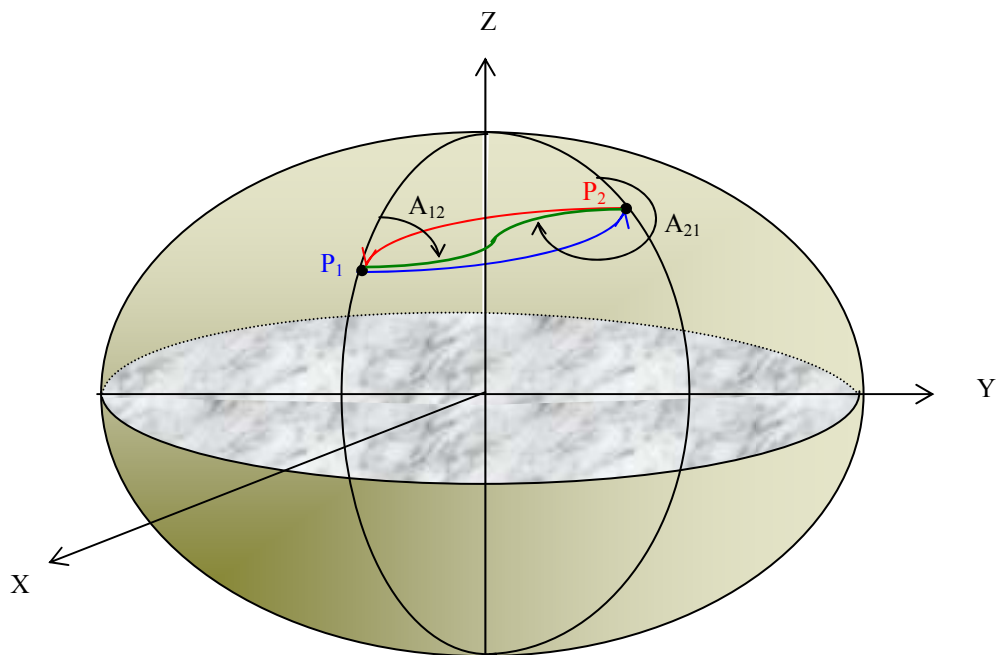
Figura 1.23 – Triângulo elipsóidico



O menor caminho entre dois pontos no plano é um segmento de reta, na esfera, um arco de circunferência máxima e no elipsóide de revolução, a geodésica. Sobre a superfície esférica a geodésica é um arco de circunferência máxima.

Geodésica (figura 1.24) é a linha jacente numa superfície, tal que em todos os seus pontos o plano osculador é normal à superfície, ou em todos os seus pontos a normal principal coincide com a normal à superfície.

Figura 1.24 - Geodésica



1.2.2.6 Teorema de Clairaut

O enunciado do Teorema de Clairaut é o seguinte:

“Em qualquer ponto de uma linha geodésica traçada sobre uma superfície de revolução o produto do raio r do paralelo desse ponto pelo seno do azimute A da geodésica é constante”.
Ou seja:

$$r \sin A = \text{constante} \quad (1.24)$$

O estudo do comportamento da geodésica sobre o elipsóide de revolução, fundamental na solução do problema geodésico direto e inverso, baseia-se no Teorema de Clairaut.

1.2.3 Esfera

O modelo esférico também pode ser utilizado para representar a superfície terrestre. Uma esfera particular é a “esfera de adaptação de Gauss” cujo raio (R_m) é igual ao raio médio definido pela equação (1.16).

O Teorema de Gauss (ASÍN, 1990, p.174) diz: “Para que um elemento de uma superfície considerada perfeitamente flexível e indeformável possa ser aplicado sobre um elemento de outra superfície sem sofrer rompimento, nem dobras é necessário e suficiente que nos centros dos elementos considerados a curvatura média de ambas as superfícies seja a mesma.”

Na passagem de elipsóide à esfera, as linhas geodésicas passam a ser círculos máximos. Dentro de aproximação admissível para determinadas aplicações é possível transformar um elemento da superfície do elipsóide em um elemento da esfera cujo raio R_m será $(MN)^{1/2}$.

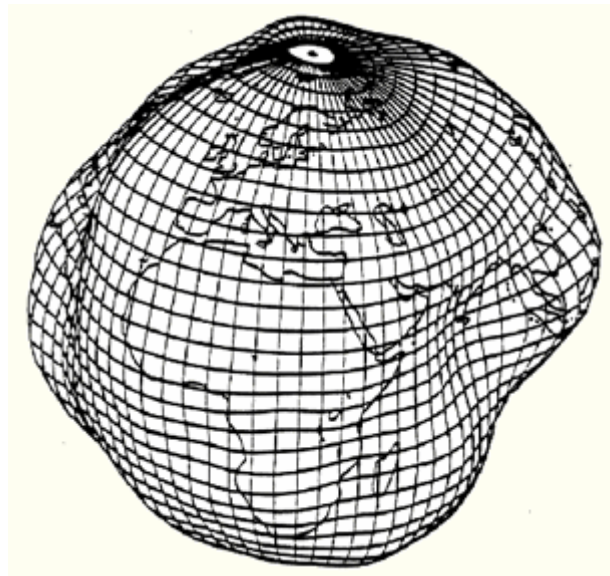
A esfera de adaptação de Gauss é adotada como superfície de referência pela NBR 14166 – Rede de Cadastral Municipal – Procedimento.

1.2.4 Geóide

O Geóide é uma superfície equipotencial do campo da gravidade, melhor ajustado globalmente ao nível médio dos mares, em uma certa época. É utilizado como referência para as altitudes ortométricas (distância contada sobre a vertical, do Geóide até a superfície física) no ponto considerado.

A figura 1.25 ilustra a superfície do geóide.

Figura 1.25 – Superfície do Geóide

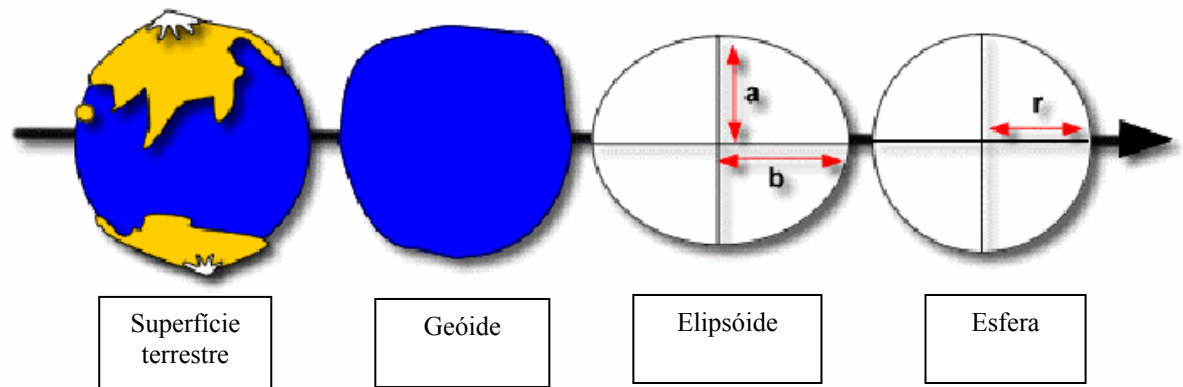


Fonte: <http://kartoweb.itc.nl/geometrics/Reference%20surfaces/body.htm>

O conhecimento limitado do campo da gravidade e o equacionamento matemático complexo do Geóide dificultam sua utilização como superfície de referência geométrica, não sendo adequado para as redes geodésicas horizontais (VANICEK; KRAKIWSKY, 1986, p.106).

A figura 1.26 mostra uma representação esquemática da superfície terrestre e das superfícies de referência utilizadas para representá-la: geóide, elipsóide e esfera.

Figura 1.26 – Representação esquemática da superfície terrestre, do geóide, do elipsóide e da esfera



Fonte:< http://geophysics.nmsu.edu/west/introgeophys/05_sea_surface_and_geoid/>

1.3 GRAVIDADE, VERTICAL DE UM PONTO E LINHA VERTICAL

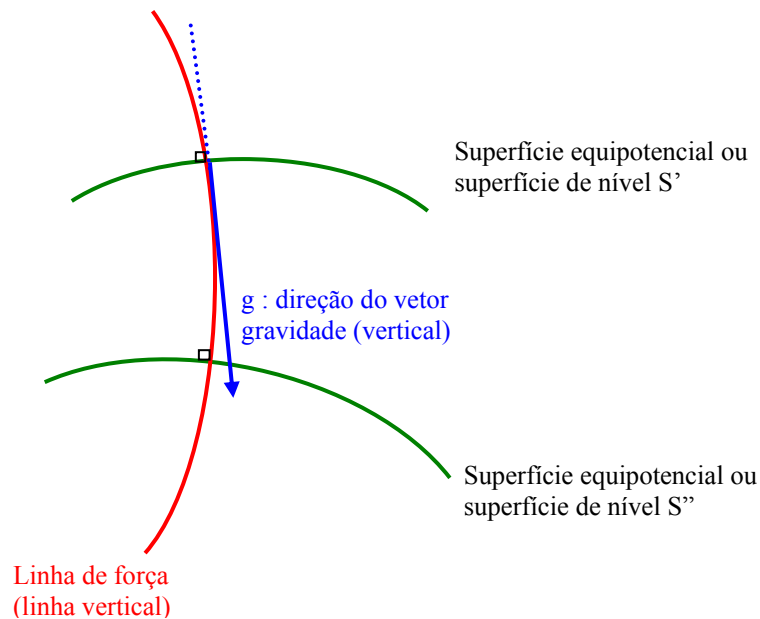
As superfícies equipotenciais do campo da gravidade ou superfícies de nível representam o campo da gravidade, sendo o Geóide uma superfície de nível que se aproxima do nível médio do mar.

As linhas de força ou linhas verticais (em inglês “plumb line”) são perpendiculares a essas superfícies equipotenciais e materializadas, por exemplo, pelo fio de prumo de um teodolito nivelado, no ponto considerado. Já o prumo ótico ou o prumo a laser de um teodolito, não materializam as linhas verticais, pois não possuem massa, sendo portanto representados por linhas retas.

A reta tangente à linha de força em um ponto (em inglês “direction of plumb line”) simboliza a direção do vetor gravidade neste ponto, e também é chamada de vertical.

A figura 1.27 ilustra superfície de nível, linha de força e direção do vetor gravidade.

Figura 1.27 – Superfície de Nível, vertical e linha vertical



1.4 COORDENADAS GEODÉSICAS E ASTRONÔMICAS; AZIMUTES GEODÉSICO E ASTRONÔMICO

1.4.1 Sistema Global

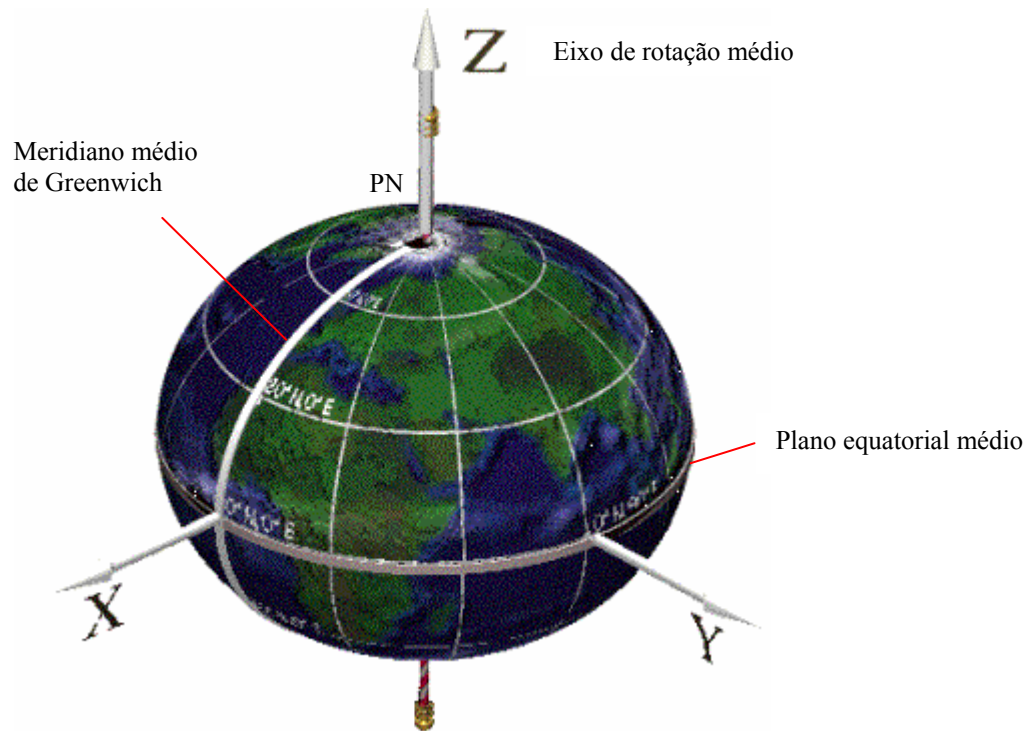
Os sistemas de coordenadas são definidos em termos de orientação e unidade, sendo a princípio tridimensionais.

Um sistema de coordenadas será global se a sua origem for geocêntrica. Se a origem não for geocêntrica o sistema será regional ou local (COSTA, 1999, p.10).

1.4.2 Sistema de Coordenadas Cartesianas Associado ao Sistema Global

Um sistema de coordenadas cartesianas associado ao sistema global é um sistema de coordenadas cartesianas espaciais X, Y, Z , geocêntrico e fixo a Terra (i.e. girando com ela no seu movimento de rotação), mostrado na figura 1.28. É utilizado como sistema de coordenadas terrestres fundamental (TORGE, 2001, p.32). Este sistema utiliza o eixo de rotação médio e o plano equatorial médio, devido a alterações no movimento de rotação da Terra.

Figura 1.28 – Sistema de Coordenadas Cartesianas Associado ao Sistema Global



Fonte: adaptado de < <http://www.tigerwave.com/spaceflight/EarthMotion.htm> >

Um sistema de coordenadas cartesianas associado ao sistema global, caracteriza-se por:

- a) origem no geocentro (O), centro de massa da Terra, incluindo hidrosfera e atmosfera;
- b) o eixo Z é direcionado para o Pólo Norte terrestre médio;
- c) o plano equatorial médio é perpendicular ao eixo Z e contém os eixos X e Y;
- d) o plano XZ é gerado pelo plano do meridiano médio de Greenwich (Gr), obtido pelo eixo de rotação médio e pelo meridiano origem de Greenwich;
- e) o eixo Y torna o sistema dextrógiro.

1.4.3 Sistema de Coordenadas Esféricas Associado ao Sistema Global

Um ponto do espaço tridimensional também pode ser determinado de forma unívoca pelas suas coordenadas esféricas.

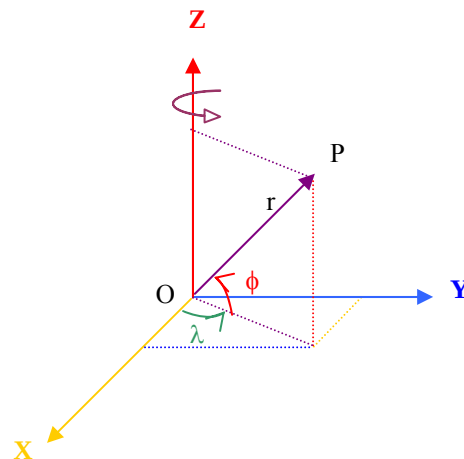
As coordenadas esféricas associadas ao sistema global, mostradas na figura 1.29, são

Geodésia

Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti

chamadas r , ϕ , λ , onde r é a distância entre o geocentro e o ponto P considerado, ϕ a latitude e λ a longitude.

Figura 1.29 – Sistemas de Coordenadas Cartesianas e Esféricas Associadas ao Sistema Global



1.4.4. Sistemas de Referência Relacionados ao Campo da Gravidade

A maioria das observações astronômicas e geodésicas é realizada na superfície da Terra e se referem ao campo da gravidade terrestre pela vertical local. Por este motivo, é necessário um sistema de referência relacionado ao campo da gravidade local para representar estas observações. A direção do vetor gravidade, que é a vertical local com respeito a um sistema global, está relacionada com a latitude e longitude astronômicas (TORGE, 2001, p.38).

1.4.5 Coordenadas Astronômicas

As coordenadas astronômicas são a latitude astronômica Φ e a longitude astronômica Λ . É comum encontrar-se os termos “coordenadas geográficas” ou “coordenadas astronômicas geográficas” ao invés de “coordenadas astronômicas”.

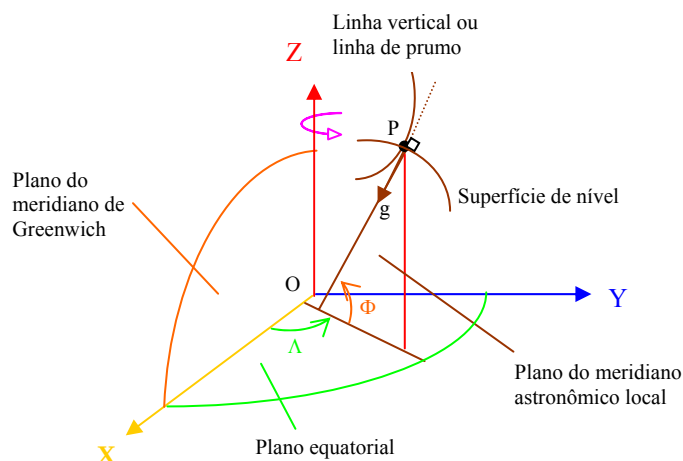
Latitude astronômica Φ é o ângulo formado pela vertical do ponto (direção do vetor intensidade da gravidade g) com a sua projeção equatorial. Por convenção a latitude é positiva no hemisfério norte e negativa no hemisfério sul, variando de 0° a $\pm 90^\circ$ (GEMAEL, 1999, p.16).

Longitude astronômica Λ é o ângulo diedro formado pelo meridiano astronômico do ponto (local) com o meridiano origem de Greenwich (GEMAEL, 1999, p.16). Varia de 0° a 360° ou 0° a $\pm 180^\circ$, neste último caso, convencionalmente considerada positiva se contada por leste de Greenwich e negativa se contada por oeste de Greenwich. Muitas vezes a longitude é expressa em unidades de tempo: hora, minutos e segundos, sendo sua variação considerada de 0 h a 24 h ou de 0 h a ± 12 h.

O plano do meridiano astronômico do ponto contém a vertical que passa pelo ponto e uma linha paralela ao eixo de rotação, pois a vertical e o eixo de rotação não são co-planares.

A figura 1.30 mostra as coordenadas astronômicas.

Figura 1.30 – Coordenadas Astronômicas



1.4.6 Sistema de Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas

Um sistema de coordenadas geodésicas ou elipsóidicas é definido no elipsóide de revolução e possui as seguintes características:

- a) a origem situa-se no centro do elipsóide;
- b) o eixo $\bar{Z}$ coincide com o eixo de rotação do elipsóide;
- c) o eixo $\bar{X}$ situa-se na intersecção do plano equatorial do elipsóide com o plano do meridiano de Greenwich;

- d) o eixo $\bar{Y}$ é escolhido de forma que o sistema seja dextrógiro;

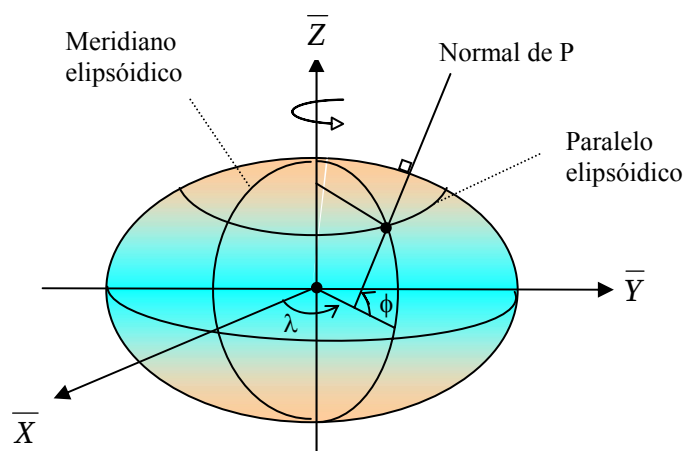
Encontra-se o termo “coordenadas geográficas elipsóidicas” ao invés de “coordenadas

geodésicas” ou “coordenadas elipsóidicas”.

1.4.7 Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas

As coordenadas geodésicas ou elipsóidicas são a latitude geodésica ou elipsóidica e a longitude geodésica ou elipsóidica, mostradas na figura 1.31 (TORGE, 1980, p.52).

Figura 1.31 – Coordenadas Geodésicas



A latitude geodésica ou elipsóidica ϕ do ponto P é definida como o ângulo entre a normal ao elipsóide que passa por P e o plano equatorial elipsóidico.

A longitude geodésica ou elipsóidica λ do ponto P é o ângulo formado entre o eixo $\bar{X}$ e a projeção sobre o plano equatorial, da normal ao elipsóide nesse ponto.

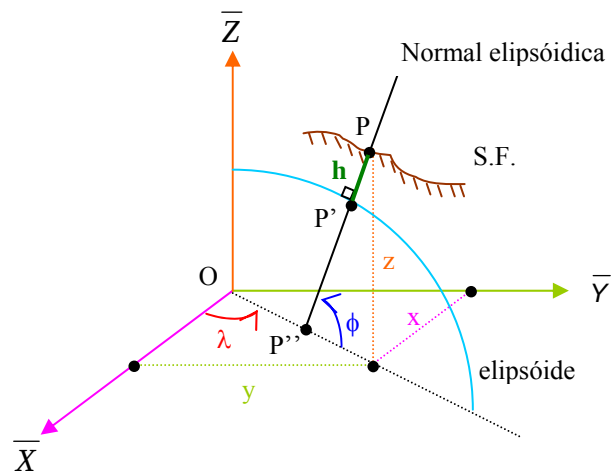
A variação das coordenadas geodésicas é a mesma das coordenadas astronômicas.

1.4.8 Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas Espaciais

As coordenadas de um ponto na superfície física da Terra em relação ao elipsóide de revolução, ficam definidas em função de uma terceira coordenada, a altitude geométrica h (PP'), que é a distância sobre a normal, entre a superfície física da Terra e a superfície do elipsóide.

A figura 1.32 mostra as coordenadas geodésicas ou elipsóidicas espaciais ϕ , λ e h .

Figura 1.32 – Sistema de Coordenadas Geodésicas ou Elipsóidicas Espaciais

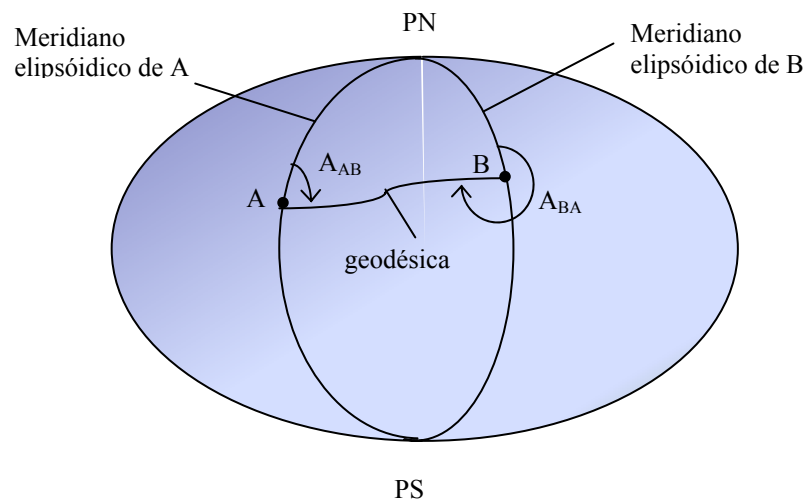


1.4.9 Azimute Geodésico e Azimute Astronômico

O azimute geodésico de uma direção é o ângulo formado entre a porção Norte do meridiano geodésico ou elipsóidico até a geodésica da direção considerada, no sentido horário, ou por leste. Varia de 0° a 360° .

A figura 1.33 ilustra o azimute geodésico da direção AB (A_{AB}) e o seu contra-azimute A_{BA} . É importante salientar que em Geodésia a diferença entre azimute e contra-azimute não é igual a 180° como em Topografia, devido ao ângulo entre a seção normal e a geodésica e à convergência meridiana.

Figura 1.33 – Azimute e contra-azimute geodésicos



O azimute astronômico de uma direção é o ângulo formado entre a porção Sul do meridiano astronômico e a direção considerada, no sentido horário, ou por oeste. Também varia de 0° a 360° .

2. SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA

2.1 CONSTANTES FUNDAMENTAIS E SUA EVOLUÇÃO

Comprimento, massa e tempo são as três grandezas fundamentais da Física, cujas unidades são respectivamente o metro (m), o quilograma (kg) e o segundo (s). São definidas pelo Sistema Internacional de Unidades (SI), estabelecido em 1960 pela 11^a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) realizada em Paris. Suas definições são (TORGE, 2001, p.19):

- metro é o comprimento do caminho percorrido pela luz no vácuo durante o intervalo de tempo de $1/299.792.458$ do segundo (CGPM 1983);
- quilograma é a unidade de massa; é igual à massa do protótipo internacional do quilograma (CGPM 1901);
- segundo é a duração de $9.192.631.770$ períodos de radiação correspondente à transição entre dois níveis hiper-finos do estado sólido do átomo de césio 133 (CGPM 1967).

O estabelecimento e proteção dos padrões de referência para estas unidades são atribuições do *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM), localizado em Sèvres, na França. O BIPM coopera com laboratórios nacionais de padrões de acordo com as normas de procedimento da Convenção Internacional do Metro (*International Meter Conventional*) realizada em 1875. Dentre estes laboratórios está o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – INMETRO, no Brasil.

A realização do metro é baseada em medidas interferométricas (com precisão relativa de 10^{-12}) usando luz estável de alta frequência (estabilizadores laser). O protótipo internacional do quilograma está armazenado no BIPM desde 1889; protótipos nacionais possuem precisão relativa da ordem de 10^{-9} . A Seção de Tempo do BIPM (desde 1987 *Bureau*

International de l'Heure - BIH) define o segundo (precisão relativa de 10^{-14}) e a escala de tempo atômica.

As definições anteriores do metro e do segundo eram baseadas em medidas naturais. O metro era tido como a décima – milionésima parte do quadrante meridiano que passava por Paris. Seu comprimento foi derivado da medida de um arco e realizado em 1799 pelo protótipo da barra do metro chamada “*mètre des archives*” (metro legal). Outra Convenção Internacional do Metro fabricou uma versão mais estável do metro internacional, a barra de “platinum-iridium”, que é preservada desde 1889 pelo BIPM. Esta definição, cuja precisão é de 10^{-7} , foi válida até 1960, quando pela primeira vez utilizou-se o comprimento de onda de uma linha espectral de luz para definir o metro.

Desde a antiguidade, a medida natural para o tempo era a rotação diária da Terra em torno de seu eixo. O dia solar médio era determinado por observações astronômicas, e o segundo era definido como $1/86.400$ partes desse dia.

Como uma unidade suplementar do SI, usa-se o radiano (rad) para medida de ângulos planos, cuja definição é:

- radiano é o ângulo plano entre dois raios de um círculo subentendido pelo arco de uma circunferência cujo comprimento é igual ao raio.

Geodésia e Astronomia usam também graus sexagesimais com um círculo completo igual a 360° (graus), $1^\circ = 60'$ (minutos), $1' = 60''$ (segundos de arco). Com 2π rad correspondendo a 360° , transforma-se com facilidade um ângulo em radianos para graus e vice-versa.

Dentre as constantes fundamentais utilizadas em Geodésia está a velocidade da luz no vácuo (c), definida por $299.792.458 \text{ ms}^{-1}$ e a constante gravitacional (G) definida por $(6,672 59 \pm 0,000 85) \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$.

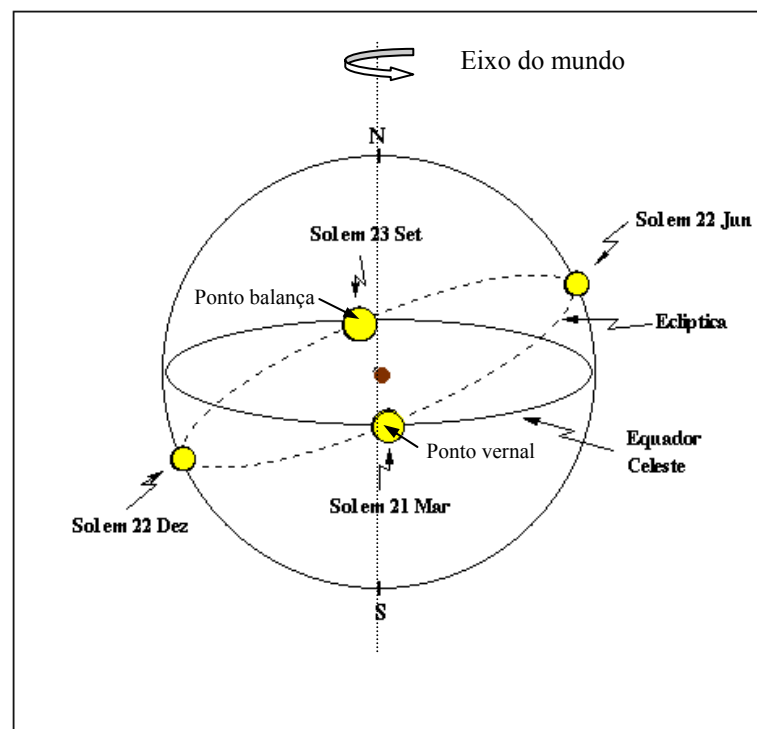
2.1.1 Definições Básicas

A esfera celeste (figura 2.1) é uma esfera ideal de raio arbitrário, cujo centro coincide com o centro de massa da Terra e na superfície da qual supõe-se engastados todos os astros (NADAL, 1997, p.3). Nos problemas de Astronomia não interessam as distâncias envolvidas, e sim a direção segundo a qual os astros são visados.

O eixo do mundo é o prolongamento do eixo de rotação da Terra, em torno do qual se processa o movimento *aparente* de rotação dos astros de leste para oeste. O equador celeste e a eclíptica são definidos pelas interseções na esfera com os planos correspondentes.

O ponto vernal (γ) é o ponto do equador celeste definido como sendo o ponto equinocial de passagem aparente do Sol em seu movimento anual quando vem do Hemisfério Sul para o Hemisfério Norte celeste.

Figura 2.1 – Esfera Celeste



A Astronomia utiliza sistemas de coordenadas esféricas para a definição unívoca de pontos sobre a superfície esférica. Dentre eles, é de particular interesse nas definições tratadas a seguir o sistema de coordenadas equatoriais.

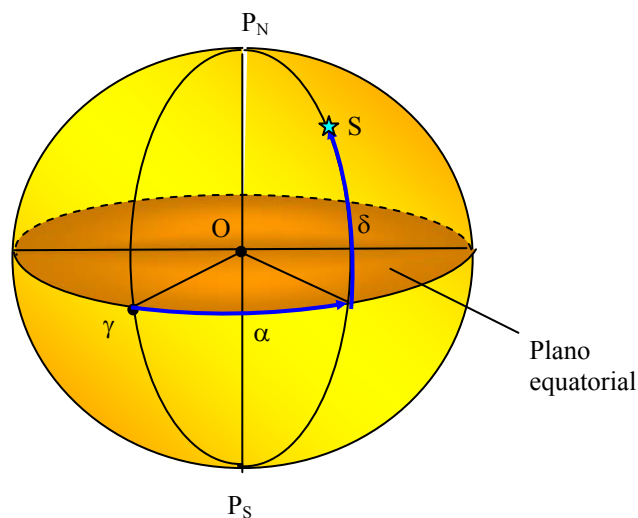
2.1.2 Sistema de coordenadas equatoriais

O sistema de coordenadas equatoriais (NADAL, 1997, p.7), mostrado na figura 2.2, possui como plano fundamental o plano do equador celeste e eixo fundamental o eixo do mundo. Suas coordenadas são a ascensão reta (α) e a declinação (δ).

A abscissa é a ascensão reta (α) que é o arco de equador celeste contado desde o ponto vernal até o meridiano do astro considerado. Varia de 0 h a 24 h.

A ordenada é a declinação (δ) que é o arco de meridiano contado desde o plano do equador celeste até o astro considerado. Varia de 0° a $\pm 90^\circ$, positiva no Hemisfério Norte e negativa no Hemisfério Sul.

Figura 2.2 – Sistema de Coordenadas Equatoriais

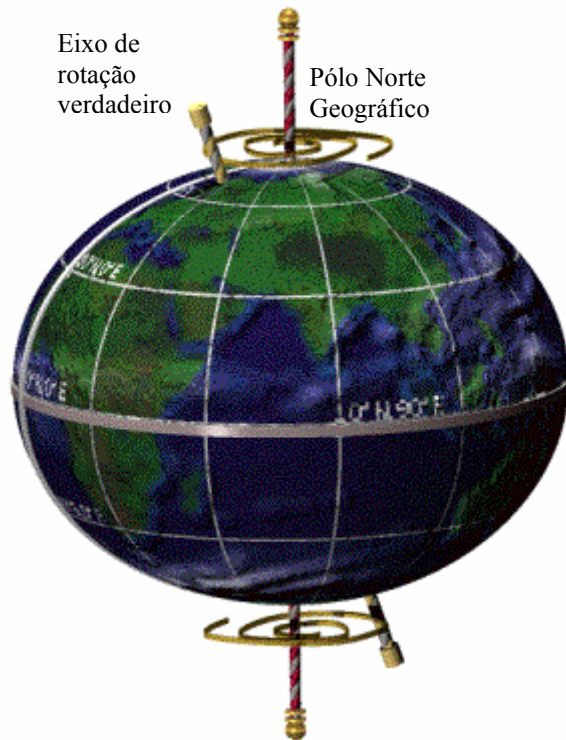


2.1.3 Movimento do pólo

A Terra possui um movimento em relação ao seu eixo, que ocasiona um deslocamento de um ponto fixo na crosta terrestre em relação ao pólo instantâneo, isto é, existe um movimento do pólo em relação a um ponto da superfície terrestre. Tal fenômeno é conhecido como movimento do pólo e é devido a não coincidência do eixo de rotação da Terra com seu eixo principal de inércia (TORGE, 2001, p.35). O manto e a crosta da Terra formam uma fina casca sobre o núcleo externo, e se movem e oscilam sobre o eixo de rotação, como resultado de forças gravitacionais do Sol e da Lua e de processos geológicos internos, da atmosfera e dos oceanos. Por estes motivos, o pólo verdadeiro traça uma trajetória *espiral* na superfície em torno de cerca de 6 m da localização do pólo geográfico.

A figura 2.3 ilustra (exageradamente) o movimento do pólo.

Figura 2.3 – Movimento do Pólo



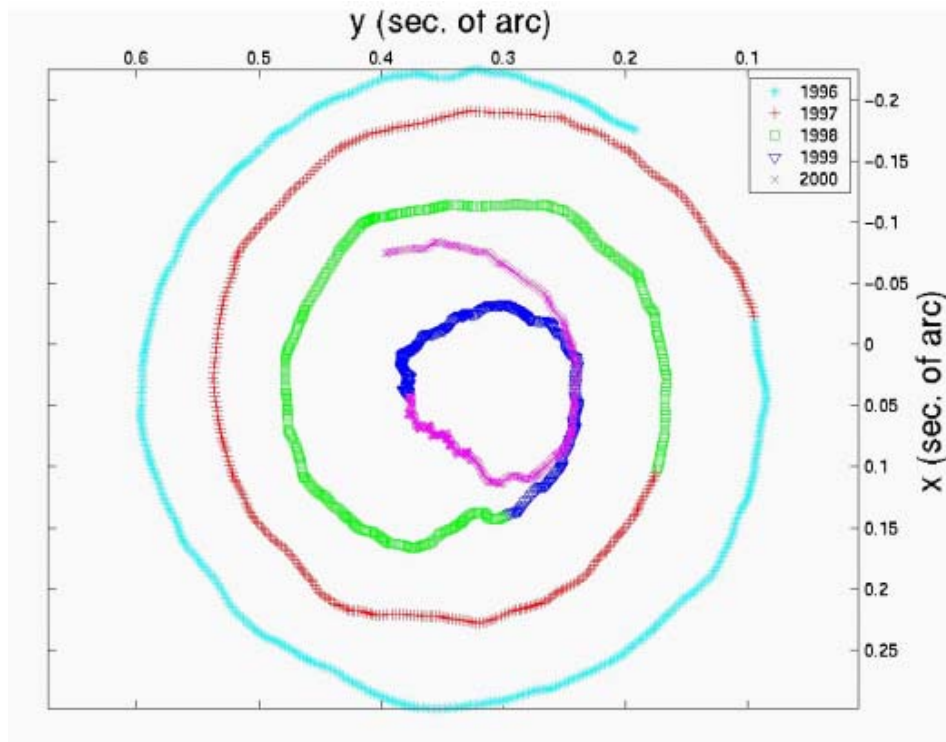
Fonte: < <http://www.tigerwave.com/spaceflight/EarthMotion.htm> >

A posição do pólo instantâneo em relação a um ponto fixo é dada por um par de coordenadas (x,y) com origem neste ponto. A União Geodésica e Geofísica Internacional (UGGI), estabeleceu como origem dessas coordenadas, a posição média do pólo instantâneo durante o período de 1900-1905. O eixo X está orientado na direção do meridiano médio de Greenwich e o eixo Y na direção oeste.

As coordenadas do pólo são fornecidas pelo Serviço Internacional do Movimento do Pólo (SIMP) em segundos de arco.

A figura 2.4 ilustra a variação do movimento de pólo.

Figura 2.4 – Variação do Movimento do Pólo



Fonte: < <http://www.tigerwave.com/spaceflight/EarthMotion.htm> >

2.2 ROTAÇÃO DA TERRA E SISTEMAS DE TEMPO

O tempo representa um papel importante em Geodésia, pois a maioria dos métodos de medida usa o tempo de percurso de ondas eletromagnéticas para posicionamento. Uma escala de tempo uniforme também é necessária para modelar o movimento de satélites artificiais, descrever o movimento relativo da Terra no sistema solar com respeito ao espaço inercial e para a descrição de deformações da Terra devido a forças internas e externas.

Para medi-lo pode ser utilizado um fenômeno físico, como por exemplo, a vibração de um oscilador estável, sendo suficiente que seu funcionamento seja regular durante o movimento.

Os principais movimentos da Terra são a rotação e a translação em torno do Sol. O movimento de rotação da Terra em torno de um eixo imaginário tem como efeito a sucessão dos dias e das noites e causa a sensação de um movimento *aparente* do Sol ao redor da Terra.

Os sistemas de tempo são divididos em duas grandes categorias: Tempo Atômico e Tempo Universal, o primeiro regulado pelos períodos das radiações de um átomo e o segundo baseado na rotação da Terra.

As definições de época, instante e intervalo são necessárias no estudo do Tempo.

Instante determina quando um determinado evento ocorreu, por exemplo, o momento em que ocorreu um eclipse do Sol.

Época é o instante de ocorrência de um evento que é tomado como origem de uma contagem de tempo. Por exemplo, a origem da contagem do ano atual, no nosso calendário, é 0 h de 1 de janeiro de 2004.

Intervalo é o tempo decorrido entre duas épocas, ou a quantidade de tempo decorrido entre dois acontecimentos, medido em alguma escala de tempo. Por exemplo, a duração do eclipse do Sol foi de 1 h 23 min.

2.2.1 Tempo Atômico

O Tempo Atômico é uma escala de tempo uniforme e de alta acurácia, mantido por relógios atômicos. É proporcionado pelo Tempo Atômico Internacional (TAI), que corresponde à definição do segundo no SI. A origem do TAI foi escolhida tal que sua época (0 h de 1 de janeiro de 1958) coincidisse com a época correspondente do Tempo Universal TU1. O dia TAI compreende 86.400 s e o século Juliano 36525 dias TAI.

O TAI é realizado por um conjunto de mais de 200 relógios atômicos (a maioria de feixe de frequência padrão de césio e alguns de maser¹ de hidrogênio) mantidos em cerca de 60 laboratórios ao redor do mundo. Devido a efeitos relativísticos as leituras dos relógios atômicos são reduzidas a uma altitude de referência comum e tem-se o “segundo SI sobre o Geóide”.

2.2.2 Tempo Universal

Tempo Universal é a designação de escalas de tempo que se baseiam na rotação da Terra. Pode ser dividido em sistema de Tempo Sideral e sistema de Tempo Solar (NADAL & HATSCHBACH, 2000, p.6).

O Tempo Sideral é diretamente relacionado ao movimento de rotação da Terra com relação às estrelas.

¹ Um MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) é constituído por uma cavidade ressonante na qual se realiza por "bombeamento" eletrônico, a inversão das populações de dois níveis de energia de átomos, ou moléculas de um gás. Este gás pode amplificar a radiação correspondente à transição entre os dois níveis. É utilizado em radioastronomia como amplificador de sinais fracos vindos de radio-fontes e, em metrologia, como padrão de frequência de relógios atômicos.

O Tempo Solar, utilizado por razões práticas, é obtido do movimento de rotação da Terra com respeito ao Sol.

O Tempo Solar Verdadeiro é regulado pelo movimento diurno do Sol, e não pode ser utilizado como unidade por ter duração variável devido à obliquidade da eclíptica e à rotação não uniforme da Terra. O dia solar verdadeiro é o intervalo que decorre entre duas passagens sucessivas do Sol pelo mesmo semi-meridiano.

O Tempo Solar Médio é regulado por um “Sol imaginário” que percorre o equador celeste com movimento uniforme, ao mesmo tempo que o Sol verdadeiro percorre a eclíptica (NADAL, 2002).

O Tempo Solar Médio refere-se ao meridiano astronômico médio de Greenwich e é conhecido por Tempo Universal (TU). Sua unidade fundamental é o dia solar médio, intervalo entre duas passagens consecutivas do Sol médio pelo mesmo semi-meridiano.

O Tempo Universal é obtido a partir de uma rede de estações operando dentro da rede do Serviço Internacional de Rotação da Terra (*International Earth Rotation Service – IERS*). O tempo local observado TU0 refere-se ao eixo de rotação instantâneo, que é afetado pelo movimento do pólo. A fim de comparar os resultados de diferentes estações, aplicam-se as reduções ao Pólo Terrestre Convencional ($\Delta\Lambda_p$), que transformam o TU0 em TU1.

$$TU1 = TU0 + \Delta\Lambda_p \quad (2.1)$$

Portanto o TU1 é o TU0 corrigido do movimento do pólo.

O TU1, assim como o Tempo Sideral Médio de Greenwich, ainda contém variações da rotação da Terra com o tempo, que são de caráter secular, periódico e irregular. Uma aproximação à escala de tempo uniforme pode ser encontrada pela modelagem das variações sazonais de tipo anual e semi-anual ($\Delta\Lambda_s$), e obtém-se

$$TU2 = TU1 + \Delta\Lambda_s \quad (2.2)$$

E o TU2 é o TU1 corrigido de variações sazonais (periódicas).

É necessária uma escala de tempo prática, que forneça uma unidade de tempo uniforme e preserve um relacionamento com o TU1. Então, foi criado o Tempo Universal Coordenado (TUC) com a finalidade de solucionar o problema do TAI ser uma escala de

tempo contínua, não sincronizada com o dia solar. O TUC é incrementado periodicamente pela introdução de segundos intercalados.

O intervalo de tempo corresponde ao do tempo atômico e não difere mais que 0,9 s do TU1.

$$|DTU1| = |TU1 - TUC| < 0,9 \text{ s} \quad (2.3)$$

Quando necessário são introduzidas transições súbitas no TUC, para este se aproximar do TU1. O TUC é produzido pela Seção de Tempo do BIPM e transmitido por estações de rádio, enquanto o DTU1 é calculado pelo *IERS*.

2.3 SISTEMAS DE REFERÊNCIA CELESTES E TERRESTRES

2.3.1 *IERS (International Earth Rotation Service)*

O *IERS (International Earth Rotation Service* ou Serviço Internacional de Rotação da Terra) foi estabelecido em 1987 pela União Astronômica Internacional (*IAU – International Astronomical Union*) e União Internacional de Geodésia e Geofísica (*IUGG – International Union of Geodesy and Geophysics*) e começou a operar em 01 de janeiro de 1988. Coleta, analisa e modela observações de uma rede global de estações astronômicas e geodésicas operando permanentemente ou por um certo período. As técnicas de observações incluem *Very Long Baseline Interferometry – VLBI*, *Lunar Laser Ranging – LLR*, *Global Positioning System – GPS*, *Satellite Laser Ranging – SLR* e *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite – DORIS*.

O principal objetivo do *IERS* é servir as comunidades astronômicas, geodésicas e geofísicas fornecendo:

- o *International Celestial Reference System (ICRS)* e sua realização, o *International Celestial Reference Frame (ICRF)*;
- o *International Terrestrial Reference System (ITRS)* e sua realização o *International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*;
- os parâmetros de rotação da Terra necessários para o estudo das variações da orientação da Terra e a transformação entre o *ICRF* e o *ITRF*;

- dados geofísicos para interpretar variações no tempo e espaço no *ICRF*, *ITRF* ou nos parâmetros de orientação da Terra e modelar estas variações;
- padrões, constantes e modelos, isto é, convenções, recomendados para serem adotados internacionalmente.

2.3.2 Sistema de Referência Celeste

Um sistema inercial é necessário a fim de descrever movimentos da Terra e de outros corpos celestes no espaço, inclusive satélites artificiais. Tal sistema é caracterizado pelas leis do movimento de Newton; pode estar em repouso ou em movimento linear uniforme sem rotação. Um sistema fixo ao espaço (sistema de referência celeste) representa uma aproximação a um sistema inercial e pode ser definido por convenções apropriadas: *Conventional Inertial System* (*CIS* – Sistema Inercial Convencional). As coordenadas da rede que materializam tal sistema são obtidas por Astronomia Esférica. A orientação espacial desta rede varia com o tempo e conseqüentemente é necessário modelar as oscilações.

O Sistema de Referência Celeste Internacional ou *International Celestial Reference System* (*ICRS*), recomendado pelo IAU é baseado na teoria geral da relatividade, com coordenadas referidas ao tempo atômico internacional. O ICRS aproxima-se de um sistema inercial convencional (*CIS*) fixo ao espaço com origem no baricentro do sistema solar. Assume-se que não existe rotação no sistema global.

2.3.3 Rede de Referência Celeste Internacional

A Rede de Referência Celeste Internacional ou *International Celestial Reference Frame* – *ICRF*, representa a realização do ICRS, por meio das direções médias a objetos fiduciais extragalácticos, estrelas ou rádio-fontes.

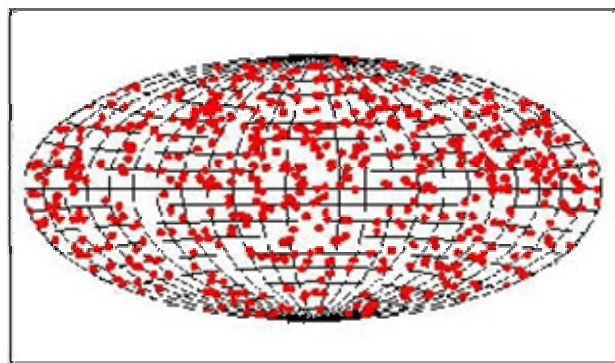
O sistema estelar é baseado em estrelas do Catálogo Fundamental FK5, que fornece as posições médias (α , δ) e movimento próprio (geralmente 1"/século) de 1535 estrelas fundamentais para a época J 2000,0.

As missões espaciais têm contribuído significativamente na realização do *CIS* (*Conventional International System*) estelar. O satélite de Astrometria HIPPARCOS, construiu uma rede pela medida de ângulos entre 100.000 estrelas (com magnitude aparente acima de 9) cobrindo todo o céu. A partir do aperfeiçoamento dos dados do FK5 e dos

resultados do HIPPARCOS, está sendo desenvolvido o catálogo FK6, com um número menor de estrelas (340 “astrometricamente excelentes”).

O sistema de rádio-fontes (figura 2.5) possui mais de 600 objetos e é baseado em fontes de rádio extragalácticas (quasars² e outras fontes compactas). Devido às grandes distâncias ($> 1,5$ bilhões de anos luz) estas fontes não mostram movimento próprio mensurável. As coordenadas das rádio-fontes são determinadas por rádio astronomia, através da técnica de posicionamento espacial VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*).

Figura 2.5 – Rádio-fontes do ICRF



Fonte: <http://ivs.crl.go.jp/mirror/publications/ar1999/front-crf/img5.gif>

2.4 DEFINIÇÃO E REALIZAÇÃO DE SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA

Um sistema geodésico de referência (*SGR*) é um sistema terrestre convencional (*CTS*) associado a constantes geométricas e físicas do campo gravitacional.

Um sistema terrestre convencional (*CTS* - *Conventional Terrestrial System*) é um sistema cartesiano geodésico cuja origem está situada no centro de massa da Terra

A implantação de um SGR compreende 2 etapas: a definição do sistema e a sua materialização. A definição do sistema de referência inclui a escolha do elipsóide de revolução e convenções necessárias para definir em qualquer momento os 3 eixos cartesianos. A materialização do sistema é feita por um conjunto de coordenadas de estações, obtidas através de diferentes técnicas de posicionamento, criando a estrutura ou rede de referência (em inglês “*frame*”).

Nas redes de referência clássicas, a materialização da posição planimétrica de pontos

² QUASAR Quasi Stellar Astronomical Radiosource

na superfície terrestre é feita através de métodos tradicionais como poligonação, triangulação, trilateração e o posicionamento altimétrico através de nivelamento geométrico ou trigonométrico. Como os posicionamentos horizontal e vertical, de precisão, não ocorrem simultaneamente, adota-se duas redes geodésicas de referência, uma horizontal, que fornece a referência para coordenadas planimétricas como latitude e longitude e outra vertical, referência para a altimetria.

Nos sistemas de referência modernos ou terrestres, a materialização das coordenadas de pontos na superfície terrestre, é feita através de técnicas espaciais de posicionamento de alta precisão, que fornecem medidas relacionadas a um sistema cartesiano tridimensional, com origem no geocentro. Porém, a componente vertical é referida à superfície do elipsóide. E da mesma maneira que nas redes de referência clássicas, com posicionamento horizontal e vertical não simultâneos, para a maior parte das aplicações, é necessário o conhecimento da ondulação geoidal N_g (separação entre o Geóide e o elipsóide) ou a utilização de métodos independentes, como operações de nivelamento geométrico ou trigonométrico, para referenciar as altitudes.

2.5 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICOS E DE ORIENTAÇÕES LOCAIS

Um sistema terrestre convencional (*CTS – Conventional Terrestrial System*) é um sistema cartesiano geodésico cuja origem está situada no centro de massa da Terra, portanto também pode ser chamado de global.

Um sistema geodésico regional ou local não geocêntrico relaciona-se a um sistema terrestre convencional através de parâmetros de translação e rotação.

2.5.1 Sistemas Geodésicos de Referência de Orientações Locais

2.5.1.1 SAD 69 (*South American Datum 1969*)

O Sistema Geodésico SAD 69 (*South American Datum 1969*) é realizado a partir de um conjunto de pontos geodésicos implantados na superfície do país e constituía-se até o início de 2005, no referencial para a determinação de coordenadas no território brasileiro.

Para o SAD 69, a imagem geométrica da Terra é definida pelo Elipsóide de Referência Internacional de 1967, aceito pela Assembléia Geral da Associação Geodésica Internacional, que ocorreu em 1967, possuindo os seguintes parâmetros (IBGE, 1983, p.1) :

a) figura geométrica para a Terra:

Elipsóide Internacional de 1967: a (semi-eixo maior) = 6.378.160,000m
 f (achatamento) = 1/298,25

b) orientação:

> Geocêntrica (eixo de rotação paralelo ao eixo de rotação da Terra; plano do meridiano origem paralelo ao plano do meridiano de Greenwich);

> Topocêntrica, no vértice da cadeia de triangulação do paralelo 20° S.

$\phi = 19^\circ 45' 41,6527''$ S

$\lambda = 48^\circ 06' 04,0639''$ W de Gr

$\alpha = 271^\circ 30' 04,05''$ SWNE para VT- Uberaba

$N = 0,0$ m

O referencial altimétrico coincide com a superfície equipotencial que contém o nível médio do mar, definido pelas observações maregráficas tomadas no Porto de Imbituba, no litoral do Estado de Santa Catarina, no período de 1949 a 1957.

O SAD 69 foi estabelecido antes das técnicas espaciais de posicionamento, sendo portanto um sistema de referência clássico, cuja materialização foi realizada por técnicas e metodologias de posicionamento terrestre, destacando-se a triangulação e a poligonação. Possui caráter regional ou local, não existindo coincidência entre o centro do elipsóide e o centro de massa da Terra.

Anteriormente à implantação do SAD 69, utilizava-se no Brasil o Sistema Geodésico Córrego Alegre, ainda empregado em muitas cartas disponíveis no país, sendo definido com base no elipsóide internacional de 1930, cujos parâmetros são $f=1/297$ e $a = 6378388$ m, sendo o ponto origem em Córrego Alegre, Minas Gerais.

O estabelecimento e manutenção das estruturas planimétricas e altimétricas do SGB são atribuições do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) inicialmente através do Decreto-Lei nº 9210 de 29 de abril de 1946 e atualmente pelo Decreto-Lei nº 243, de 28 de fevereiro de 1967.

2.5.2 Sistemas de Referência Terrestres

Os sistemas de referência terrestres, ou modernos, surgiram devido a Geodésia Espacial e possuem características diferentes do DGH, apresentando também uma parte de definição e outra de materialização.

A definição de um sistema de referência terrestre é feita através da adoção de um Sistema Geodésico de Referência (SGR) que represente a forma e dimensões da Terra em caráter global. Estes sistemas fundamentam-se em um Sistema Terrestre Convencional (CTS), geocêntrico. São derivados de observações do campo da gravidade terrestre a partir de observações a satélites e definidos por modelos, parâmetros e constantes. De tempos em tempos é adotado um novo SGR pela *IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics)*, baseado nas últimas informações sobre o campo gravitacional terrestre e em aspectos geodinâmicos como a tectônica de placas. A XVII Assembléia Geral da IUGG, realizada em dezembro de 1979 (DGFI, 2003), adotou o *GRS80 (Geodetic Reference System 1980)*, atualmente em vigor, definido pelas constantes: raio equatorial terrestre (equivalente ao semi-eixo maior do elipsóide de referência), constante gravitacional geocêntrica GM (sendo M a massa da Terra), o harmônico zonal de segunda ordem do potencial gravitacional da Terra (J_2), ou o achatamento terrestre (f) e a velocidade de rotação da Terra (ω). O GRS80 é compatível com as constantes astronômicas do sistema 1976 *IAU (International Astronomical Union)*. Maiores detalhes sobre os valores das constantes podem ser encontrados em TORGE (2001).

A materialização de um sistema de referência terrestre geocêntrico também é feita através de redes geodésicas. Os métodos utilizados no estabelecimento de coordenadas são as técnicas espaciais de posicionamento e orientação, como o VLBI, o SLR, o GPS, o LLR e o DORIS. Estas técnicas possuem duas vantagens em relação às terrestres: o posicionamento tridimensional de uma estação geodésica e a alta precisão fornecida às coordenadas, surgindo como consequência uma quarta componente associada, a época t de obtenção das coordenadas. Assim as coordenadas das estações que compõem a materialização de um sistema de referência terrestre geocêntrico, possuem quatro componentes, três de definição espacial e uma de definição temporal. Um exemplo de um sistema de referência terrestre geocêntrico é o *ITRS (IERS Terrestrial Reference System)* que é realizado para certas épocas (por exemplo, 1991, 1994, 1997, 2000) através do *IERS Terrestrial Reference Frame (ITRF)*.

2.5.3 ITRS (*IERS Terrestrial Reference System*)

O ITRS é um CTS (Sistema Terrestre Convencional).

O BIH (*Bureau International de L'Heure*) estabeleceu em 1984 o BTS84 (*BIH Terrestrial System 1984*), baseado em observações VLBI, SLR, LLR e Doppler seguindo as resoluções da IUGG (*International Union of Geodesy and Geophysics*) e IAU (*International Astronomical Union*).

Em 1988 foi criado o *IERS*, que substituiu o BIH e passou a realizar o ITRF, com a finalidade de fornecer à comunidade internacional, dados atualizados dos ICRS, ITRS e EOPs (*IERS EOP – Earth Orientation Parameters*). A realização inicial é denominada ITRF-0, na qual foi adotada a origem, orientação e escala do BTS87. As seguintes realizações do ITRF são: ITRF-88, ITRF-89, ITRF-90,..., ITRF-94, ITRF-96, ITRF-97 e ITRF2000.

Periodicamente, o *IERS* fornece valores atualizados para estes sistemas de referência, através de novas materializações da Rede de Referência Terrestre – ITRF e da Rede de Referência Celeste – ICRS. São estimadas coordenadas de mais de 100 fontes de rádio e de estações terrestres que participam do serviço, e parâmetros de rotação da Terra.

O sistema ITRS deve atender as condições de um CTS (Sistema Terrestre Convencional):

1. Origem: centro de massa da Terra, incluindo oceano e atmosfera;
2. Eixo Z: direção para o Pólo de Referência *IERS* (*IRP*), definido pelo *BIH* (época 1984,0) com base nas coordenadas adotadas pelas estações *BIH*;
3. Eixo X: na interseção do meridiano de referência *IERS* *IRM* (*International Reference Meridian*) com o plano que passa pela origem e normal ao eixo Z. O *IRM* coincide com o meridiano zero definido pelo *BIH* (época 1984,0) com base nas coordenadas adotadas pelas estações *BIH*;
4. Eixo Y: torna o sistema dextrógiro.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros definidores do ITRS, do WGS 84 e do SAD 69.

Tabela 1 – Parâmetros Definidores do ITRS, WGS 84 e SAD 69

Parâmetros	Notação	ITRS	WGS 84	SAD 69
Semi-eixo maior (m)	(a)	6378137,0	6378137,0	6378160,0
Achatamento	1/f	298,257222101	298,257223563	298,25
Velocidade angular da Terra (rad/s)	ω	$7292115,0 \times 10^{-11}$	$7292115,0 \times 10^{-11}$	-
Constante gravitacional da Terra (m^3/s^2)	GM	$0,3986004418 \times 10^8$	$0,3986004418 \times 10^8$	-

2.5.4 ITRF (*IERS Terrestrial Reference Frame*)

Atualmente o referencial geodésico mais preciso é o ITRS cuja materialização é chamada de ITRF. O ITRS é materializado periodicamente devido à variação temporal das coordenadas das estações, com isso sua denominação vem sempre acompanhada do ano em que foi estabelecido (IBGE, 2000, p.10).

A materialização ITRS consiste de um conjunto de coordenadas cartesianas e velocidades das estações, e a completa MVC (matriz variância-covariância) destes parâmetros. Os parâmetros de posição (coordenadas e velocidades) são produzidos a partir de uma combinação de um conjunto de coordenadas e velocidades através das mais precisas técnicas de posicionamento, por VLBI, SLR, LLR, GPS ou DORIS, provenientes de vários centros de análises. O motivo de combinar os resultados de várias técnicas diferentes é evitar erros sistemáticos oriundos de uma técnica específica, sendo a combinação a única maneira de se obter confiabilidade e precisão.

Atualmente as soluções ITRF_{yy}³ são publicadas no Technical Notes IERS.

A mais recente materialização do ITRS, é o ITRF2000, que consiste de um conjunto de coordenadas cartesianas, acompanhadas de suas respectivas velocidades. Fazem parte desta realização aproximadamente 800 estações espalhadas pelo globo, cujas coordenadas foram determinadas por uma ou mais técnicas espaciais de posicionamento: DORIS, GPS, LLR, SLR e VLBI. Os subconjuntos das posições ajustadas do ITRF2000 e suas velocidades estão disponíveis aos usuários na internet pelo endereço <http://lareg.ensg.ign.fr>.

Um dos objetivos da solução ITRF2000 foi a densificação da rede. As redes regionais de densificação no ITRF2000 são Alaska, CORS (*Continuously Operating Reference System*), EUREF (*EUropean REference Frame*), REGAL (*REseau GPS permanent dans lês ALpes*),

³ yy especifica os dois últimos dígitos do último ano cujos dados contribuíram para a realização em consideração;
Geodésia

RGP (Reseau GPS Permanent) , *SCAR (Scientific Committee on Antarctic Research)* e *SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas)*.

A rede geodésica europeia EUREF consiste em um conjunto de estações cujas coordenadas são determinadas por GPS, DORIS, LLR, SLR e VLBI. Desde a semana GPS 834 (janeiro de 1996) a EUREF proporciona um ajustamento semanal da rede europeia, com coordenadas expressas no sistema ITRF (GATTI; STOPPINI, 2000, p.5).

A rede CORS (NGS, 2001) e contribui com cerca de 80 estações cujas posições são determinadas por GPS, nos Estados Unidos da América e seus territórios.

A rede SCAR (SCAR, 2001) colabora com um conjunto de cerca de 50 estações de diferentes países, na região Antártica.

A rede REGAL (IGN, 2001) é constituída por estações GPS em operação permanente, instaladas nos Alpes franco-italianos, com a finalidade de medir deformações e determinar estruturas tectônicas, para melhor compreensão de relações sísmicas.

A RGP (LAREG, 2001) é uma rede de estações distribuídas regularmente sobre o território francês, coletando dados GPS continuamente.

O Projeto SIRGAS começou em outubro de 1993, em uma reunião realizada em Assunção, Paraguai, com o objetivo de estabelecer um sistema de referência geocêntrico para a América do Sul. Desde a sua criação o projeto contou com o apoio de várias instituições internacionais e contribuição de todos os países sul-americanos. Nesta reunião, decidiu-se adotar o elipsóide GRS80, além de estabelecer e manter uma rede de referência e um Datum Geocêntrico.

Nos meses de maio e junho de 1995 foi realizada a primeira parte do projeto, estabelecendo-se uma rede GPS de alta precisão com 58 estações (rede SIRGAS) cobrindo o continente da América do Sul, cujas coordenadas estão referidas ao ITRF94, época 1995,4 (IBGE, 2000, p.10).

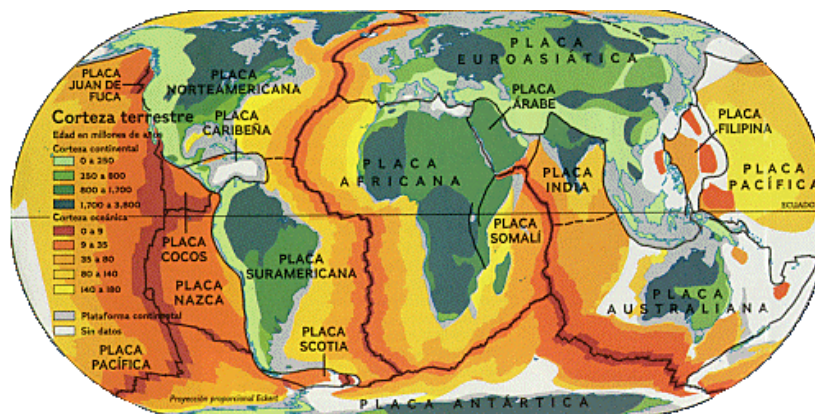
A campanha GPS SIRGAS 2000 estabeleceu e observou a rede de estações GPS de referência vertical SIRGAS, cujo processamento foi efetuado nos centros de processamento SIRGAS no IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e no DGFI (*Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut*).

A transformação de coordenadas entre o ITRF2000 e outras materializações deve ser feita através da utilização de parâmetros de transformação e tratando-se de referenciais de alta precisão referidos a uma mesma época, utiliza-se a transformação de Helmert.

No caso dos referenciais possuem épocas distintas, existe a necessidade de considerar a taxa de variação das coordenadas com relação ao tempo. Neste caso a transformação de Helmert não é suficiente e aplica-se a transformação de Helmert generalizada. A aplicação da transformação de Helmert generalizada toma as coordenadas de um ponto P associadas a um referencial ITRF_y, numa época de referência (t_0), permitindo a obtenção das coordenadas deste ponto referenciadas a um ITRF_z numa outra época de referência (t).

Para a aplicação da transformação de Helmert generalizada também deve ser conhecida a velocidade da estação. De acordo com MONICO (2000, p.92), nos casos em que uma realização particular não proporciona as componentes da velocidade da estação, deve-se fazer uso da teoria de placas tectônicas, utilizando o modelo recomendado pelo **IERS**. Atualmente, o modelo recomendado é o NNR-NUVEL-1A (*No Net Rotation – Northwestern University VElocity model 1A*), segundo o qual a Terra está dividida em várias placas tectônicas, conforme figura 2.6.

Figura 2.6 – Placas Tectônicas



FONTE: www.hq.satlink.com/ushuaia/funcardio/seismo.htm

As diferenças entre as diferentes versões ITRF_y são de poucos centímetros, irrelevantes para fins cartográficos (IBGE, 2000, p.12).

A tabela 2 mostra as coordenadas ITRF97 e ITRF200 das estações GPS FORT (em Fortaleza) e BRAZ (em Brasília).

Tabela 2 – Comparação entre algumas coordenadas do ITRF97 e ITRF2000

Estação	Y (m)	X (m)	Z (m)
GPS FORT _{ITRF97}	4.985.386,640	-428.426,502	-3.954.998,584
GPS FORT _{ITRF2000}	4.985.386,627	-428.426,482	-3.954.998,587
GPS BRAZ _{ITRF97}	4.115.014,100	-1.741.444,083	-4.550.641,532
GPS BRAZ _{ITRF2000}	4.115.014,087	-1.741.444,061	-4.550.641,532

Fonte: adaptado de <http://lareg.ensg.ign.fr>

2.5.5 WGS 84 (World Geodetic System 1984)

O WGS 84 é o sistema de referência utilizado pelo GPS (MONICO, 2000, p.77). Na época da sua criação o sistema fornecia precisão métrica em função da limitação fornecida pela técnica de observação utilizada, o Doppler. Posteriormente foram realizadas três atualizações para melhorar a sua precisão, a primeira recebeu a denominação WGS 84 (G730), onde a letra “G” indica o uso da técnica GPS e “730” refere-se a semana GPS da solução. A segunda versão, chama-se WGS 84 (G873). A terceira e atual versão apresentada pelo NIMA – *National Imagery and Mapping Agency* (2003) é denominada WGS 84 (G1150).

A definição do sistema WGS 84 (Tabela 1) é a mesma do ITRS, a menos do achatamento ($1/f = 298,257223563$), sendo portanto um CTS.

2.5.6 Atual Sistema Geodésico Brasileiro: SIRGAS2000

Em fevereiro de 2005, o IBGE, responsável pela definição, implantação e manutenção do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) estabeleceu o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS) em sua realização do ano 2000 (SIRGAS2000) como novo sistema de referência geodésico para o SGB.

A adoção do SIRGAS2000 no Brasil garante a qualidade dos levantamentos GPS, devido a necessidade de um sistema de referência geocêntrico compatível com a precisão dos métodos e técnicas de posicionamento atuais e com os demais sistemas adotados em outros países.

O SIRGAS2000 apresenta as seguintes características:

> Sistema Geodésico de Referência: Sistema de Referência Terrestre Internacional- *ITRS* (*International Terrestrial Reference System*)

> Figura geométrica para a Terra:

- Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (*Geodetic Reference System 1980 – GRS80*)

semi-eixo maior	$a = 6.378.137 \text{ m}$
achatamento	$f = 1/298,257222101$

> Origem: centro de massa da Terra

> Orientação: pólos e meridiano de referência consistentes em $\pm 0,005''$ com as direções definidas pelo *BIH (Bureau International de l'Heure)* em 1984,0.

> Estações de Referência: as 21 estações da rede continental SIRGAS2000, estabelecidas no Brasil e a estação SMAR, pertencente à rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), cujas coordenadas estão disponíveis no endereço <http://www.ibge.gov.br>.

> Época de referência: 2000,4.

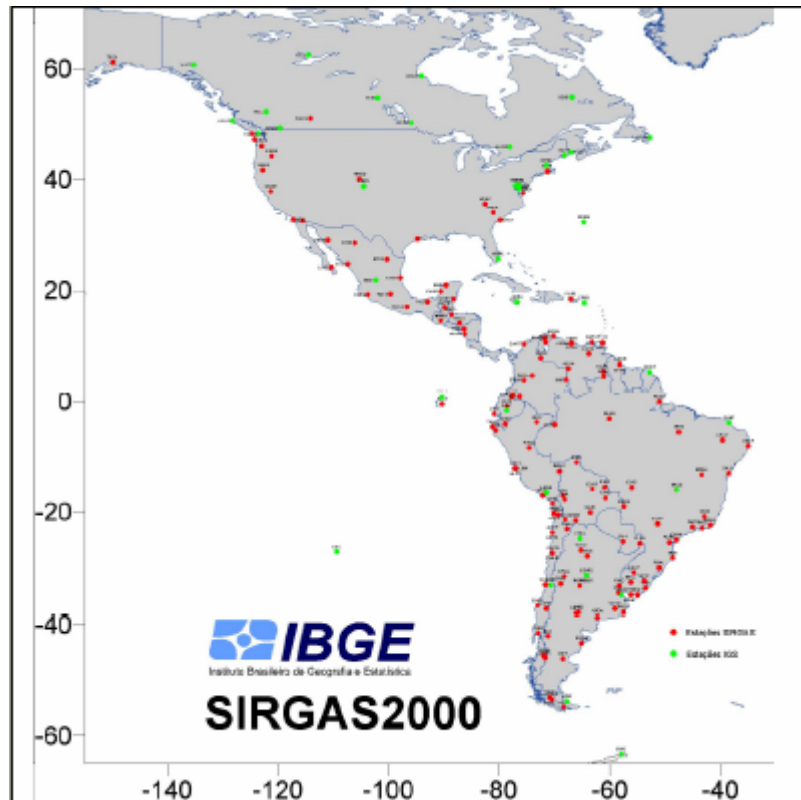
> Materialização: estabelecida por meio de todas as estações que compõem a Rede geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência.

> Velocidades das estações: em aplicações científicas, para atualizar as coordenadas de uma estação da época de referência 2000,4 para outra época e vice-versa, deve-se utilizar o campo de velocidades disponibilizado para a América do Sul, no endereço <http://www.ibge.gov.br>, devido a variações provocadas pelo deslocamento da placa tectônica da América do Sul.

> Referencial altimétrico: coincide com a superfície equipotencial do campo da gravidade da Terra que contém o nível médio do mar definido pelas observações maregráficas tomadas no porto de Imbituba, no litoral de Santa Catarina, de 1949 a 1957.

A figura 2.7 ilustra a rede SIRGAS2000.

Figura 2.7 – A rede SIRGAS2000



Fonte: < <http://www.ibge.gov.br> >

2.6 LIGAÇÃO ENTRE COORDENADAS ASTRONÔMICAS E GEODÉSICAS: EQUAÇÃO DE LAPLACE

2.6.1 Desvio da Vertical

Todos os corpos na Terra acham-se sujeitos à força da gravidade, que é resultante da força de atração exercida pelas massas terrestres e da força centrífuga decorrente do movimento de rotação.

O campo da gravidade é um campo conservativo, dotado de geopotencial ou potencial gravífico W , resultante da soma do potencial de atração e do potencial centrífugo.

As superfícies equipotenciais (potencial gravífico W constante) do campo da gravidade são denominadas geopes, e o Geóide é o geope que mais se aproxima do nível médio dos mares em todo o globo.

Como a distribuição de massas não é homogênea, os geopes são superfícies suavemente irregulares, e perpendiculares em todos os seus pontos às linhas de força do campo da gravidade, as linhas verticais. As linhas verticais são utilizadas como referência Geodésia

Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti

física nos equipamentos de medição utilizados em Topografia e Geodésia, sendo materializadas pelo fio de prumo ou pelo eixo vertical de um teodolito nivelado.

Já, a vertical de um ponto, é a reta tangente à linha de força nesse ponto e simboliza a direção do vetor gravidade.

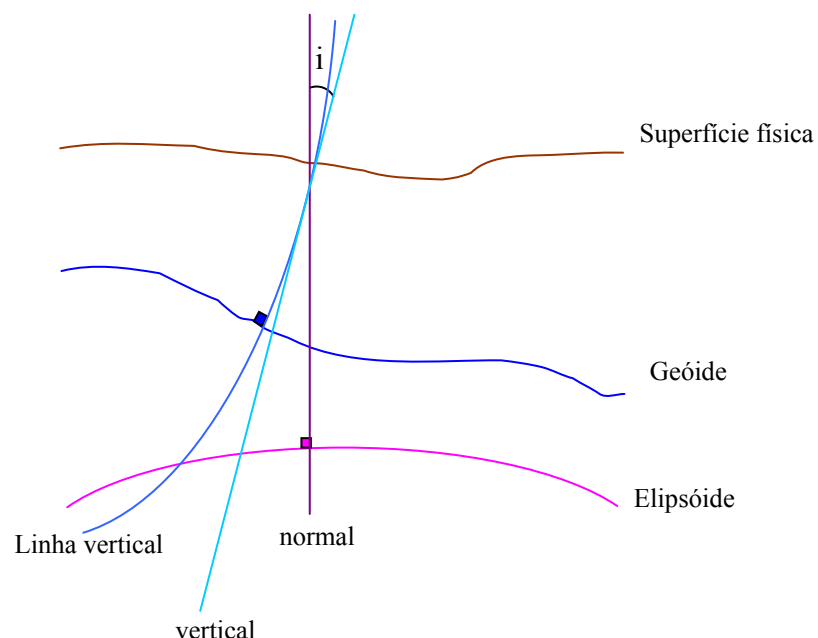
Denomina-se desvio da vertical (i) ao ângulo formado, em um certo ponto, pelas normais à superfície equipotencial que passa pelo ponto e ao elipsóide, isto é, o ângulo entre a vertical e a normal (figura 2.8).

As coordenadas astronômicas estão relacionadas com a posição da vertical (tangente à linha vertical) em um ponto.

As coordenadas geodésicas são obtidas utilizando os dados de observação, GPS por exemplo, sobre a superfície de referência (elipsóide de revolução).

O cálculo do desvio da vertical não é feito diretamente, mas sim através de seus componentes ξ e η chamados respectivamente de componente meridiana e componente 1º vertical (GEMAEL, 1999, p.19).

Figura 2.8 - Desvio da Vertical



São quatro os métodos de determinação do desvio da vertical. O primeiro, e mais conhecido, é o método astrogeodésico, onde as componentes do desvio da vertical são determinadas através de coordenadas astronômicas e geodésicas em um mesmo ponto.

Outro método é o gravimétrico (GEMAEL, 1999, p.149), onde o desvio da vertical é

obtido em função de anomalias da gravidade, através da fórmula de Venning-Meinesz. Um terceiro método de determinação do desvio da vertical é o método astrogravimétrico (GEMAEL, 1999, p.177), que conjuga determinações astrogeodésicas com gravimétricas. E, um quarto método de obtenção do desvio é através de medidas GPS/LPS, utilizando-se do “Problema Procrustes simples” (GRAFAREND & AWANGE, 2000) para o cálculo.

2.6.2 Método Astrogeodésico de Determinação do Desvio da Vertical

No método astrogeodésico as componentes do desvio da vertical são determinadas através de coordenadas astronômicas e geodésicas obtidas em um mesmo ponto.

Demonstra-se que (GEMAEL, 1999, p.19):

$$\xi = \Phi - \phi = \Delta\phi \quad (2.5)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos\phi = \Delta\lambda \cos\phi \quad (2.6)$$

$$\eta = (A_a - A_g) \cotg\phi \quad (2.7)$$

sendo:

ξ = componente meridiana
 η = componente l^o vertical
 Φ = latitude astronômica
 ϕ = latitude geodésica
 Λ = longitude astronômica
 λ = longitude geodésica
 A_a = azimute astronômico
 A_g = azimute geodésico

As equações (2.5) e (2.6) permitem transformar grandezas astronômicas em geodésicas, conhecidos os componentes do desvio da vertical, ou possibilitam a determinação dos componentes do desvio da vertical, desde que sejam conhecidas as coordenadas astronômicas e geodésicas em uma mesma estação, pelo método astro-geodésico.

Para obter-se o desvio da vertical i faz-se:

$$i^2 = \eta^2 + \xi^2 \quad (2.8)$$

Através das equações (2.6) e (2.7) obtém-se:

$$A_g = A_a - (\Lambda - \lambda) \operatorname{sen}\phi \quad (2.9)$$

que é a Equação simplificada de Laplace e permite transformar um azimute astronômico em azimute geodésico.

Os vértices geodésicos em que são efetuadas determinações astronômicas de azimute e longitude recebem o nome de Pontos de Laplace.

A equação de Laplace era utilizada nos vértices de uma rede geodésica de triangulação, para controlar a sua orientação, com o objetivo de efetuar a compensação astronômica – geodésica.

Os cálculos geodésicos para obtenção das coordenadas dos vértices são efetuados sobre o elipsóide. Porém, as observações são executadas com um aparelho colocado em uma estação, que se refere à direção da vertical astronômica, que não é normal ao elipsóide.

O método astrogeodésico determina o desvio da vertical necessário ao cálculo da ondulação geoidal N_g , comparando coordenadas geodésicas com coordenadas astronômicas. É restrito às áreas continentais, além de conduzir a valores relativos que dependem das coordenadas do datum e dos parâmetros elipsoidais.

3. TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EM DIFERENTES SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA

A transformação de coordenadas que estão em um Sistema Geodésico para outro é feita de duas maneiras: através das equações simplificadas de Molodenskii, conforme formulação apresentada em IBGE (1983, p.10) ou pela transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas cartesianas tridimensionais (IBGE, 1989, p.17). Naturalmente, estas transformações estarão afetadas em precisão pela precisão das realizações dos sistemas e distorções das redes.

3.1 EQUAÇÕES SIMPLIFICADAS DE MOLODENSKII

A resolução PR nº 22, de 21 de julho de 1983 apresenta as especificações e normas gerais e estabelece tolerâncias e critérios para a execução de Levantamentos Geodésicos no território brasileiro. Segundo esta resolução a transformação de coordenadas em diferentes sistemas geodésicos deve ser feita segundo as equações simplificadas de Molodenskii. Um

exemplo prático de aplicação dessas equações é a transformação de coordenadas referidas ao WGS 84, obtidas através de observações GPS, em coordenadas referidas ao SAD 69, atual SGB.

Tanto a resolução PR nº 22, como a resolução nº 23, de 21 de fevereiro de 1989, ambas da IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), apresentam os parâmetros de transformação entre alguns sistemas geodésicos a serem utilizados pelas equações simplificadas de Molodenskii.

A seguir apresenta-se o modelo matemático das equações simplificadas de Molodenskii.

$$\Delta\phi^0 = \frac{1}{M_1} \{ (a_1\Delta f + f_1\Delta a) \text{sen} 2\phi_1 - \Delta x \text{sen}\phi_1 \cos \lambda_1 - \Delta y \text{sen}\phi_1 \text{sen} \lambda_1 + \Delta z \cos \phi_1 \} \times \frac{180}{\pi} \quad (3.1)$$

$$\Delta\lambda^0 = \frac{1}{N_1 \cos \phi_1} \{ -\Delta x \text{sen} \lambda_1 + \Delta y \cos \lambda_1 \} \times \frac{180}{\pi} \quad (3.2)$$

$$\Delta N = (a_1\Delta f + f_1\Delta a) \text{sen}^2 \phi_1 - \Delta a + \Delta x \cos \phi_1 \cos \lambda_1 + \Delta y \cos \phi_1 \text{sen} \lambda_1 + \Delta z \text{sen} \phi_1 \quad (3.3)$$

$$\phi_2^0 = \phi_1^0 + \Delta\phi^0 \quad (3.4)$$

$$\lambda_2^0 = \lambda_1^0 + \Delta\lambda^0 \quad (3.5)$$

onde:

a_1 = semi-eixo maior do elipsóide no sistema S_1

f_1 = achatamento do elipsóide no sistema S_1

ϕ_1 = latitude geodésica no sistema S_1

λ_1 = longitude geodésica no sistema S_1

ϕ_2 = latitude geodésica no sistema S_2

λ_2 = longitude geodésica no sistema S_2

ΔN = diferença de geondulação ou ondulação do geóide

Por exemplo, para a determinação da posição no Sistema Geodésico Brasileiro (SAD 69) de coordenadas obtidas a partir de rastreamento de satélites artificiais no WGS 84 é necessário aplicar três translações às coordenadas referidas ao WGS 84, conforme a resolução nº 23, dadas por:

$$\Delta X = +66,87 \text{ m} \pm 0,43 \text{ m}$$

$$\Delta Y = -4,37 \text{ m} \pm 0,44 \text{ m}$$

$$\Delta Z = +38,52 \text{ m} \pm 0,40 \text{ m}$$

3.2 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EM DIFERENTES SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA A PARTIR DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS

A resolução nº. 23, de 21 de fevereiro de 1989, do IBGE, apresenta uma sequência de cálculo para transformação de coordenadas em diferentes sistemas geodésicos de referência a partir de coordenadas cartesianas tridimensionais.

Inicialmente, transformam-se as coordenadas geodésicas, latitude ϕ e longitude λ , no sistema 1, em coordenadas cartesianas tridimensionais X, Y, Z através do formulário abaixo, sendo que, a título de clareza, algumas equações já apresentadas estão repetidas:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \phi \sin \lambda \\ (N(1-e^2)+h) \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (3.7)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (3.8)$$

sendo:

X, Y, Z = coordenadas cartesianas tridimensionais

ϕ = latitude geodésica

λ = longitude geodésica

h = altitude geométrica

N = grande normal (raio de curvatura da seção primeiro vertical)

e^2 = primeira excentricidade

A seguir, a partir das coordenadas cartesianas tridimensionais X, Y, Z , fornecidas no sistema 1, é possível transformá-las em coordenadas cartesianas tridimensionais X, Y, Z no sistema 2, utilizando os parâmetros de transformação oficiais adotados no Brasil, através da equação:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} m \quad (3.9)$$

sendo:

- X_1, Y_1, Z_1 = coordenadas cartesianas tridimensionais no sistema S_1 (conhecido);
- X_2, Y_2, Z_2 = coordenadas cartesianas tridimensionais no sistema S_2 (incógnita);
- $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ = parâmetros de transformação entre o sistema S_1 e o sistema S_2 ;

O próximo passo é a transformação das coordenadas cartesianas tridimensionais X, Y, Z , no sistema 2, em coordenadas geodésicas, latitude ϕ e longitude λ . Este cálculo possui duas soluções, uma solução direta e uma iterativa.

A solução direta é fornecida pelas equações abaixo, sendo que, algumas equações já apresentadas anteriormente estão repetidas pela necessidade de aplicação:

$$\phi = \arctan \left[\frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta} \right] \quad (3.10)$$

$$\lambda = \arctan \left(\frac{Y}{X} \right) \quad (3.11)$$

$$h = \frac{p}{\cos \phi - N} \quad (3.12)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (3.13)$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} = \frac{2f - f^2}{(1 - f)^2} \quad (3.14)$$

$$f = \frac{a - b}{a} \quad \therefore \quad b = a(1 - f) \quad (3.15)$$

$$p = (X^2 + Y^2)^{1/2} \quad (3.16)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{Za}{pb} \quad (3.17)$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (3.18)$$

sendo:

X, Y, Z = coordenadas cartesianas tridimensionais

ϕ = latitude geodésica

λ = longitude geodésica

a = semi-eixo maior do elipsóide de revolução

b = semi-eixo menor do elipsóide de revolução

f = achatamento

e^2 = primeira excentricidade

e'^2 = segunda excentricidade

N = grande normal (raio de curvatura da seção primeiro vertical)

4. ESTRUTURAS GEODÉSICAS DE CONTROLE HORIZONTAL

Um sistema geodésico é utilizado por usuários que necessitam de informações de posição para diversos fins como apoio ao mapeamento, demarcação de unidades político-administrativas, obras de engenharia, regularização fundiária, posicionamento de plataformas de prospecção de petróleo, delimitação de regiões de pesquisas geofísicas, etc.

Os métodos denominados clássicos, a triangulação e poligonação geodésicas, foram utilizados até 1990.

O advento do Sistema *NAVSTAR/GPS (Navigation Satellite with Time and Ranging/Global Positioning System)* permitiu a determinação de posições, com rapidez e precisão superiores aos métodos clássicos de levantamentos.

A partir de 1991 o IBGE passou a empregar exclusivamente o Sistema GPS para a densificação da componente planimétrica do SGB, gerando a Rede Nacional GPS, que constitui a estrutura geodésica mais precisa do país, abrangendo inclusive as ilhas oceânicas brasileiras, onde foram estabelecidas estações em 1993, com o apoio da Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil - DHN.

A operacionalização da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) em 1996 implantou o conceito de redes ativas através do rastreamento contínuo de satélites do Sistema GPS. Diariamente todos os dados coletados nas estações RBMC são transferidos automaticamente e disponibilizados aos usuários.

4.1 DEFINIÇÃO

Seja com o propósito de se chegar à forma e dimensões da Terra, ou com o objetivo prático de dar suporte às tarefas cartográficas de mapeamento, a Geodésia utiliza uma rede de pontos fundamentais materializados no terreno, cujas coordenadas devem ser rigorosamente calculadas.

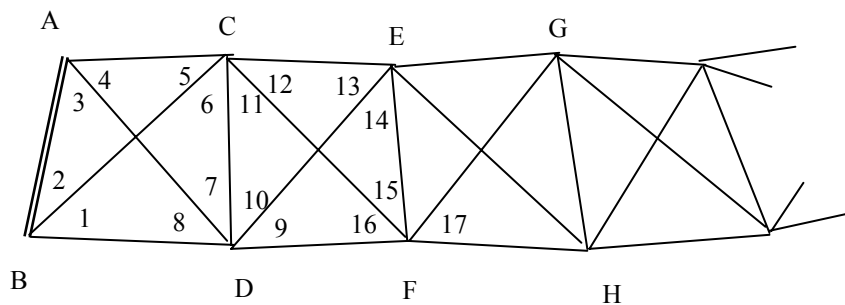
Ao conjunto de pontos que constituem a infra-estrutura cartográfica de uma região dá-se o nome genérico de triangulação, e aos pontos em si, vértices geodésicos.

A triangulação é o mais antigo e utilizado processo de levantamento planimétrico, devido ao baixo investimento em instrumental, os teodolitos, e às dificuldades para a execução de medidas de distâncias, até alguns anos atrás.

A figura básica de uma triangulação é o quadrilátero completo, no qual os lados e as diagonais são visados em ambas as direções.

A figura 4.1 mostra o esquema de uma triangulação, onde A, B, C ... são os vértices, materializados por marcos de alvenaria. Os lados AB, BC, ... representam as visadas feitas a teodolito a partir de cada vértice sobre os vértices vizinhos, onde se lê os ângulos horizontais 1, 2, 3, ... efetuando-se uma ligação geométrica entre os vértices.

Figura 4.1- Esquema de uma triangulação



Portanto, na triangulação obtém-se figuras geométricas a partir de triângulos, justapostos ou sobrepostos, formados através da medição dos ângulos subentendidos em cada vértice. Ocasionalmente, alguns lados são observados para controle de escala, sendo os demais calculados a partir das medidas angulares.

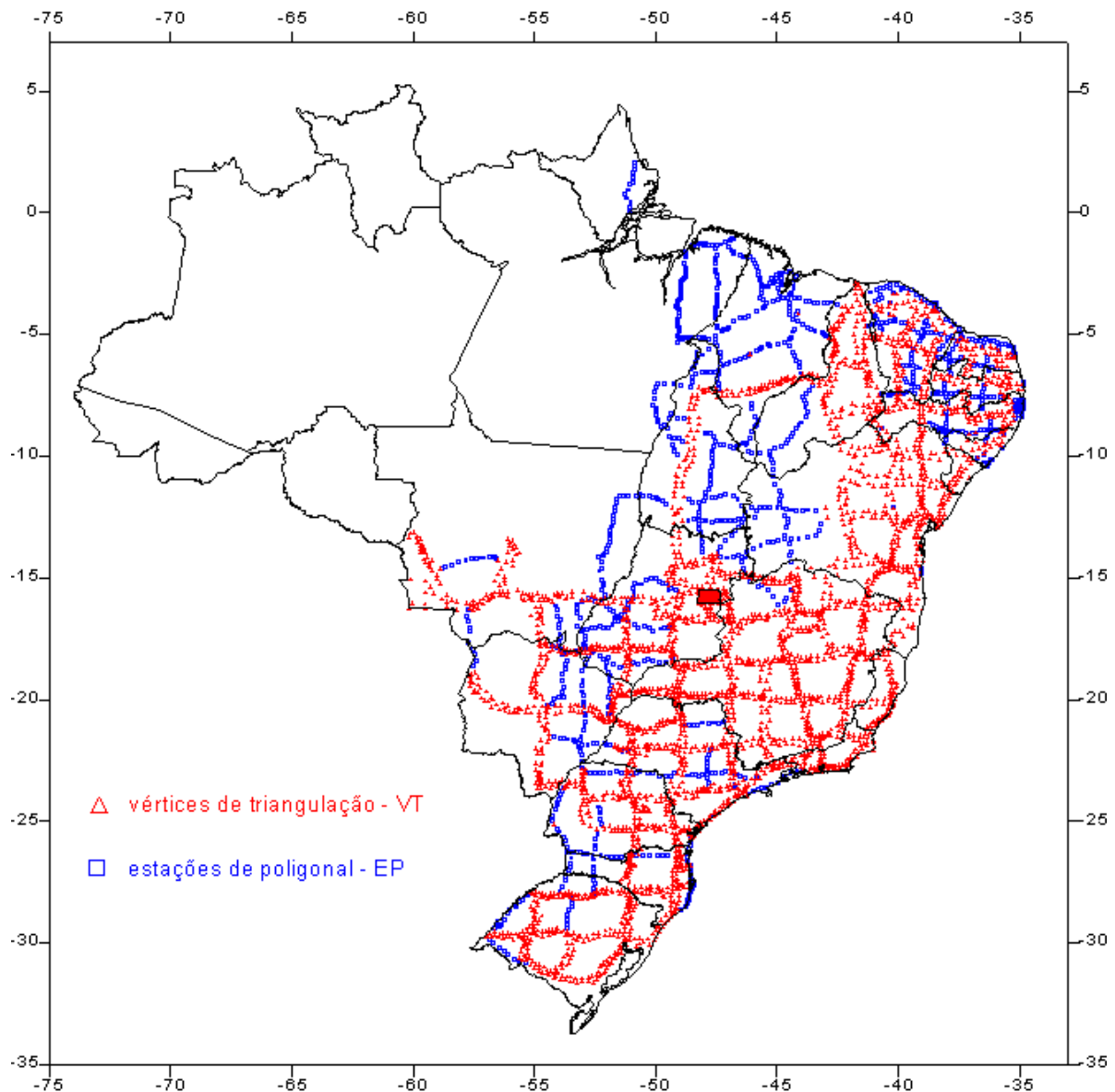
Como exemplo, na medição angular horizontal de alta precisão, de acordo com a Resolução PR nº 22, de 21/07/1983, do IBGE, são necessárias 2 séries, pelo método das direções, com 16 PD (pontaria direta) e 16 PI (pontaria inversa) por série, procedimentos não muito rápidos.

O espaçamento entre os vértices, também para os levantamentos de alta precisão, deve estar entre 15 e 25 km (caso geral) ou ser de no máximo 5 km em regiões metropolitanas.

Em linhas gerais, as cadeias de triangulação que cobrem o Brasil são meridianas, espaçadas de aproximadamente 2° e interligadas por cadeias paralelas, estendendo-se do Rio Grande do Sul ao Piauí.

A figura 4.2 ilustra a rede de triangulação e poligonação no território nacional.

Figura 4.2 – Vértices de triangulação e estações de poligonal no Brasil



Fonte:< <http://www.ibge.gov.br> >

Não é difícil imaginar a dificuldade em se efetuar visadas na superfície, devido a obstáculos naturais e artificiais, sendo necessário elevar o teodolito e/ou o sinal a fim de assegurar a intervisibilidade. Nas triangulações era comum a utilização de torres geodésicas, em geral treliças metálicas em forma de seção triangular, de fácil montagem. Consistiam de uma dupla estrutura independente, uma torre interna e outra externa sem vínculo entre ambas. Na torre interna instalava-se o teodolito. A torre externa possuía uma plataforma para o operador. No Brasil usava-se a torre Bilby, que chegava a alcançar até 38 metros (figura 4.3).

Figura 4.3 – Torre Bilby



Fonte: < [http:// www.geod.rncan.gc.ca/index_e/geodesy_e/](http://www.geod.rncan.gc.ca/index_e/geodesy_e/) >

A evolução dos medidores eletrônicos de distâncias (MED) facilitou a medida de distâncias e tornou-a um procedimento prático e economicamente viável.

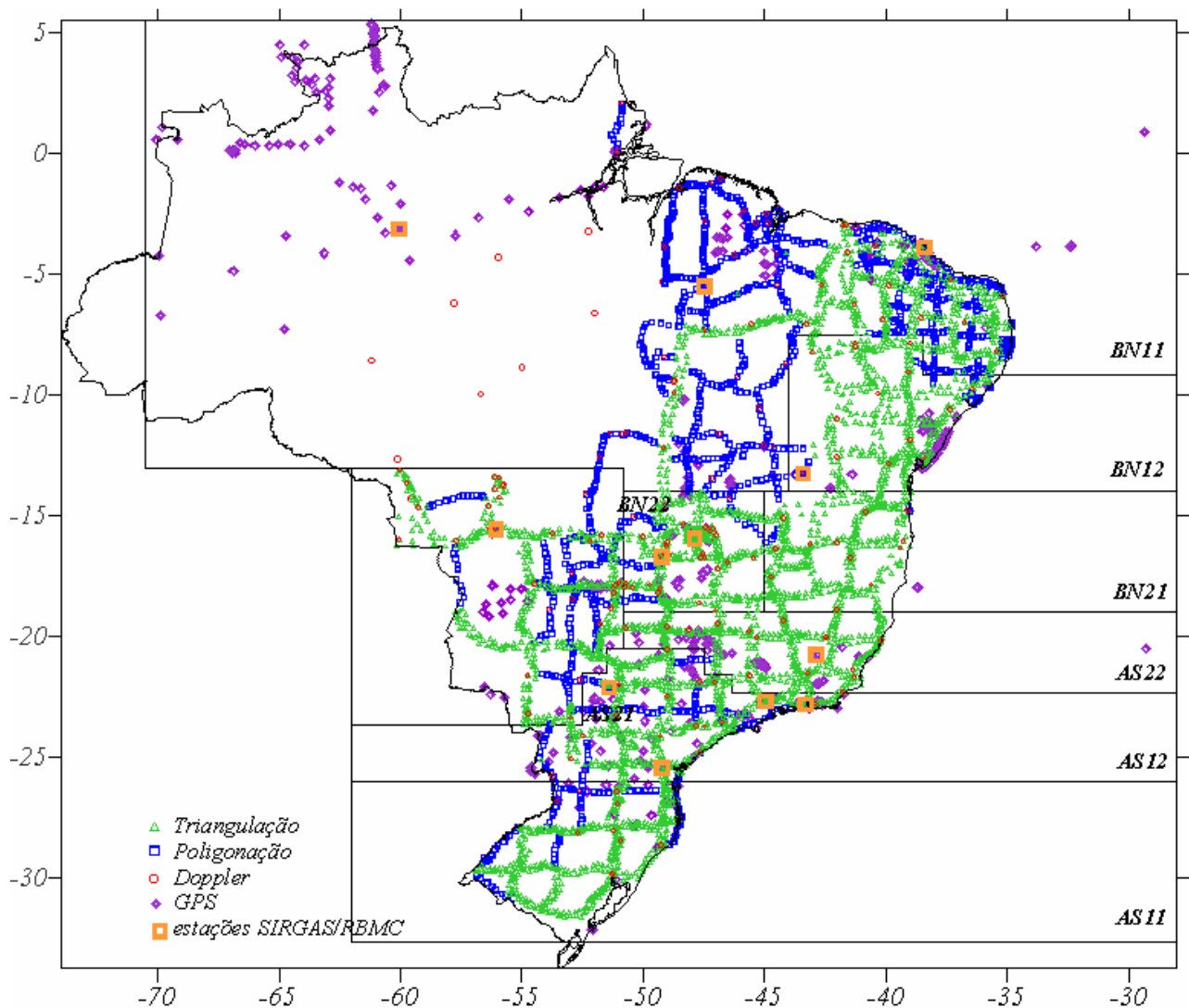
A trilateração é um processo de levantamento semelhante à triangulação, sendo que em lugar da formação dos triângulos a partir da medição de ângulos, o levantamento é efetuado a partir da medida de lados. A vantagem, em relação à triangulação, era a rapidez na execução das medições. O espaçamento entre os vértices para levantamentos geodésicos de alta precisão é o mesmo da triangulação.

Na poligonação medem-se ângulos e distâncias entre pontos adjacentes, que formam linhas poligonais ou polígonos. A medida de ângulos é semelhante à da triangulação e a medida de distâncias à da trilateração.

A figura 4.4 mostra os vértices de triangulação, poligonação, estações Doppler, GPS e as estações Sirgas e RBMC.

A resolução PR nº 22 apresenta as Especificações e Normas Gerais e estabelece as tolerâncias e critérios destinados a regularizar a execução de levantamentos Geodésicos no território brasileiro.

Figura 4.4 - Vértices de Triangulação, Poligonação, Estações Doppler, GPS e Estações Sirgas e RBMC em 1999.



Fonte: < <http://www.ibge.gov.br> >

4.2 DATUM

Na maioria das triangulações geodésicas o Datum (origem) caracterizava-se pela imposição arbitrária:

$$\xi_0 = \eta_0 = N_0 = 0$$

O que equivale a deslocar o modelo por meio de translações, conservando o paralelismo entre os eixos de rotação, até que este tangencie o Geóide no Datum. Se $\xi_0 = \eta_0 = 0$ significa que a normal coincide com a vertical e as coordenadas astronômicas e geodésicas são idênticas.

$$\phi_0 = \Phi$$

$$\lambda_0 = \Lambda$$

Como a longitude geodésica da origem (λ_0) é igual a longitude astronômica (Λ), existe também a igualdade entre o azimute geodésico e o azimute astronômico

$$A_0 = A_a$$

Desta forma arbitrária três das quatro injunções iniciais necessárias para definir de maneira unívoca uma triangulação são obtidas através de determinações astronômicas no Datum.

O conjunto das cadeias de triangulação que cobre um país constitui o sistema geodésico nacional.

O sistema geodésico brasileiro anterior ao SAD 69, cujo Datum era o vértice Córrego Alegre, situado em Minas Gerais, admitia o desvio da vertical nulo, tendo por coordenadas:

$$\phi_0 = \Phi = 19^\circ 50' 14,91'' \pm 0,07'' \text{ S}$$

$$\lambda_0 = \Lambda = 48^\circ 57' 41,98'' \pm 0,07'' \text{ W}$$

Do ponto de vista nacional a solução $\xi_0 = \eta_0 = 0$ não traz inconvenientes. Do ponto de vista internacional, as coordenadas geodésicas de dois países diferentes tornam-se incompatíveis, mesmo se o elipsóide de referência adotado for o mesmo.

O Datum astro-geodésico Chuá do SAD 69 é um vértice situado também em Minas Gerais a cerca de 95 km a nordeste de Córrego Alegre, e possui coordenadas astronômicas diferentes das geodésicas, conseqüentemente $\xi_0 \neq \eta_0 \neq 0$. Suas coordenadas astronômicas são:

$$\Phi = 19^\circ 45' 41,34'' \text{ S}$$

$$\Lambda = 48^{\circ} 06' 07,80'' \text{ W}$$

proporcionando, através de suas coordenadas geodésicas apresentadas na seção 2.5.1.1

$$\xi_0 = 0,31''$$

$$\eta_0 = 3,59''$$

e

$$A_a = 271^{\circ} 30' 05,42''$$

Como já visto, o modelo adotado é o SGR 67, no qual admitiu-se o paralelismo de seu eixo de rotação com o eixo de rotação médio, e o meridiano de Greenwich, paralelo ao meridiano médio de Greenwich.

4.3 GEOMETRIA DAS REDES GEODÉSICAS FUNDAMENTAIS; INJUNÇÕES MÍNIMAS

Os ângulos medidos reduzidos ao elipsóide não são suficientes para projetarem os vértices sobre a superfície do modelo, o elipsóide de revolução, pois somente ângulos não determinam um triângulo. Tem-se então uma indeterminação, pois a triangulação pode ter inúmeros tamanhos e receber rotações e translações.

Para resolver a indeterminação faz-se necessário o estabelecimento de algumas injunções iniciais. Primeiramente admite-se que um dos vértices é o ponto origem ou Datum da triangulação, conhecendo-se suas coordenadas geodésicas, o que impede que a triangulação seja projetada com translação.

Admite-se ainda que o azimute geodésico de uma direção seja conhecido, o que impede a realização de rotações.

Por último, admite-se que seja conhecido um comprimento inicial, chamado de base geodésica, convenientemente reduzido à superfície do modelo, o que impõe escala à triangulação.

Com essas quatro injunções iniciais, duas coordenadas elipsóidicas, um azimute e uma distância, é possível projetar a triangulação da superfície física da Terra sobre o elipsóide de

revolução adotado, sem ambigüidades, substituindo-a por uma rede sobre a qual efetuamos os cálculos geodésicos.

Sendo conhecidos os parâmetros do modelo (semi-eixo maior **a** e achatamento **f**, por exemplo), a latitude e longitude da origem podem ser transportadas vértice a vértice, para toda a triangulação, no procedimento chamado de transporte de coordenadas geodésicas. Para isso é necessário o conhecimento de todos os lados (bases) da triangulação, que são obtidos através da resolução dos triângulos.

4.4 CONTROLE DE ESCALA E ORIENTAÇÃO: PONTOS DE LAPLACE

O controle de orientação de uma rede é feito através dos pontos de Laplace.

Ponto de Laplace é o vértice geodésico de uma rede, onde se efetuam observações astronômicas de precisão, a fim de se determinar a longitude e o azimute de um lado geodésico.

Através da equação de Laplace (equação 2.9), apresentada na seção 2.6.2, é possível transformar um azimute astronômico em geodésico, permitindo a compensação astronômica-geodésica da rede.

O controle de escala de uma rede é feito através da medida de novas bases ao longo da triangulação. Base geodésica é um lado cujo comprimento é medido diretamente no terreno, para introduzir escala na triangulação e permitir o cálculo dos triângulos que a compõe.

4.5 MEDIDAS DE BASES E ÂNGULOS

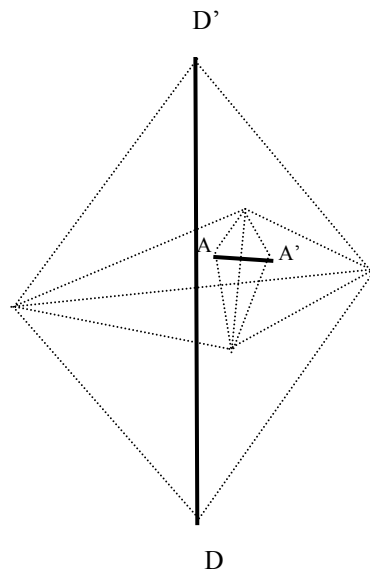
Em Geodésia, entende-se por redução o transporte de grandezas (ângulos e distâncias) medidas na superfície da Terra a seus correspondentes valores sobre a superfície de referência, que normalmente é o elipsóide de revolução (ZAKATOV, 1981, p.431). Algumas vezes tem-se o problema inverso, o transporte de grandezas conhecidas na superfície de referência para a superfície terrestre.

4.5.1 Medidas de Bases

Até o final do século XIX, as bases geodésicas eram medidas em comprimento bem inferior ao dos lados da triangulação, com réguas metálicas rígidas, e fazia-se a ligação da base medida com a triangulação através do desenvolvimento da base.

A figura 4.5 ilustra o desenvolvimento da base de Ponta Grossa, onde foi medida a base $\overline{AA'}$ com 2.015 m e a base desenvolvida $\overline{DD'}$ alcançou 13.017 m.

Figura 4.5 – Desenvolvimento da Base de Ponta Grossa (PR)



Em 1885 as réguas foram substituídas por fios metálicos submetidos a uma determinada tensão para evitar catenária. Com a descoberta do ínvar, que consiste em uma liga de aço com 35% de níquel e baixíssimo coeficiente de dilatação, o uso de fios e fitas generalizou-se. Os fios de ínvar possuíam 24 m de comprimento e as fitas 50 m, ambas sem graduação intermediária.

A medida de uma base com fita de ínvar compreendia o reconhecimento do terreno para escolha do local adequado, implantação da linha implicando em desmatamento, alinhamento, medida preliminar e estaqueamento, medida lance por lance, nivelamento geométrico, cálculo e desenvolvimento da base, envolvendo um grande número de profissionais e durando algumas semanas.

Somente com o surgimento dos medidores eletrônicos de distâncias (MED) as medidas de bases tornaram-se mais rápidas, sendo que alguns modelos de MED possuem precisão comparável às medidas feitas com fitas de invar.

O aparelho instalado num dos vértices, emite uma onda eletromagnética dirigida ao outro vértice, onde está instalado um refletor que devolve a onda. O equipamento registra o tempo gasto para ela ir à outra estação e voltar. Conhecida a velocidade de propagação da onda o equipamento calcula a distância.

O primeiro distanciômetro construído foi o radar e tinha objetivo de guerra. Era um equipamento pesado e podia determinar a distância até entre objetos em movimento. Já os primeiros distanciômetros para determinação de distâncias geodésicas eram grandes e pesavam cerca de 200 kg. Atualmente são leves e portáteis e o tempo gasto para se medir uma distância varia de 5 segundos a alguns minutos, dependendo do modelo e da distância a ser medida.

4.5.2 Reduções a Serem Aplicadas nas Distâncias

A evolução dos MED não só simplificou esta medição, como a tornou prática e economicamente viável.

As reduções a serem aplicadas nas medidas de distâncias com MED são de 3 tipos: as correções devidas ao instrumental, as correções atmosféricas e as correções ou reduções geométricas.

As correções devidas ao instrumental são a correção da constante de adição e a correção de escala causada pelo desvio de frequência.

As correções atmosféricas são a correção da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas em função de temperatura, pressão do ar e índice de refração e a correção de curvatura dos raios (considerada somente em distâncias maiores que 50 km).

As correções ou reduções geométricas são a redução corda ao nível ao mar, curvatura e distorção devida ao sistema de projeção (fator de escala).

Tanto as correções instrumentais como as correções atmosféricas possuem características próprias para cada MED, sendo dadas usualmente por equações ou ábacos fornecidos pelo fabricante, e por este motivo este trabalho se atém nas reduções geométricas. Maiores detalhes sobre as duas primeiras correções podem ser vistas em FAGGION (2001) ou RÜEGER (1996).

4.5.2.1 Redução da distância inclinada ao elipsóide

Para efetuar a redução da distância inclinada medida na superfície física ao elipsóide é necessário conhecer as altitudes geométricas dos pontos.

A redução, ilustrada na figura 4.6, pode ser dada diretamente pela equação (4.1) ou pelas equações (4.2) e (4.3):

$$D_0 = \sqrt{\frac{D^2 - (\Delta H)^2}{(1 + \frac{H_A}{R})(1 + \frac{H_B}{R})}} \quad (4.1)$$

onde:

D_0 = distância ao nível do elipsóide

D = distância inclinada medida na superfície

H_A, H_B = altitudes geométricas dos pontos

$\Delta H = H_A - H_B$

R = raio médio de curvatura

ou

$$D_M = D - \left(\frac{\Delta H^2}{2D} - \frac{\Delta H^4}{8D^3} \right) \quad (4.2)$$

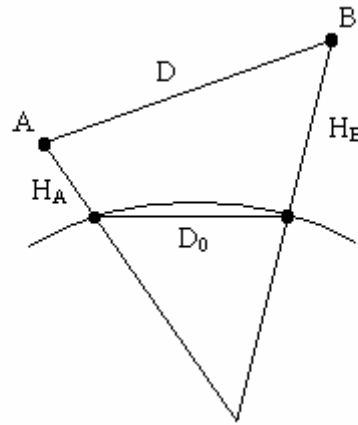
$$D_0 = D_M \left(1 - \frac{H_M}{R + H_M} \right) \quad (4.3)$$

sendo:

D_M = distância na altitude geométrica média de A e B

H_m = altitude geométrica média

Figura 4.6 – Redução da distância inclinada ao elipsóide



4.5.2.2 Correção da curvatura

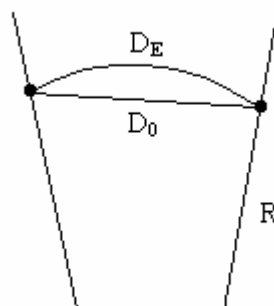
Como o elipsóide de revolução, que é modelo matemático utilizado, tem uma superfície curva, deve-se reduzir a distância D_0 ao nível do elipsóide a uma superfície curva (SCHERRER, p.7), conforme figura 4.7.

$$D_E = D_0 \left(1 + \frac{D_0^2}{24R^2} \right) \quad (4.4)$$

onde:

D_E = distância curva

Figura 4.7 – Correção da Curvatura



4.5.2.3 Fator de escala

Os sistemas de projeção são a maneira de projetar a superfície de referência, que representa a superfície física da Terra, numa superfície plana.

Para a obtenção de um contato contínuo de uma superfície esférica com uma superfície plana, a superfície esférica deveria ser distorcida, sendo impossível uma solução perfeita. Por este motivo, não se consegue projetar sobre um plano a superfície terrestre, conservando ao mesmo tempo, distâncias, ângulos, áreas e a verdadeira relação entre esses elementos.

A representação é feita por seções, projetando-se partes da superfície da Terra sobre uma figura geométrica que possa ser desenvolvida em um plano. As superfícies de projeção mais usadas são o plano, o cone e o cilindro que podem ser tangentes ou secantes à superfície de referência.

O fator de escala corrige as deformações causadas pelo sistema de projeção. No caso do Sistema UTM, oficialmente adotado para o mapeamento sistemático no Brasil, as distâncias medidas no terreno deverão ser multiplicadas pelo fator de escala correspondente à região. As distâncias tomadas na carta deverão ser divididas pelo fator de escala para se obter as distâncias reais. Maiores detalhes sobre fator de escala e sistemas de projeção serão vistos nas disciplinas da área de Cartografia.

4.5.3 Medidas de Ângulos

Dentre os métodos utilizados com equipamentos mecânicos para medição angular horizontal, tem-se o método de repetição, apropriado para teodolitos repetidores e o método de reiteração, apropriado para teodolitos reiteradores.

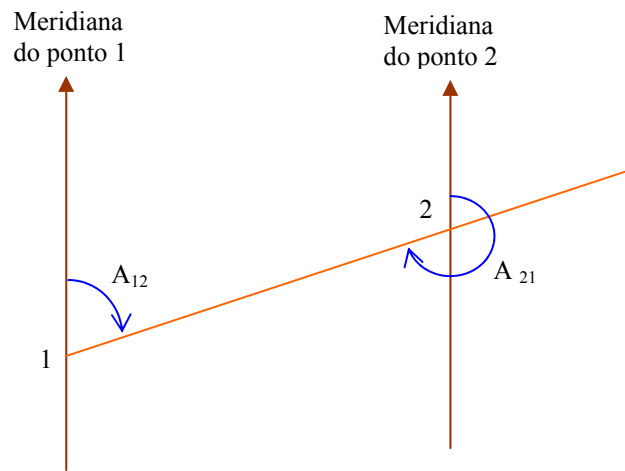
A medida de ângulos horizontais também passou por uma evolução com o surgimento dos teodolitos eletrônicos, tornando-se muito mais rápida.

As principais reduções a serem aplicadas nos ângulos medidos sobre a superfície terrestre são a convergência meridiana, a correção para passar da seção normal à linha geodésica e o desvio da vertical (visto na seção 2.6.1).

4.5.3.1 Convergência meridiana

No plano topográfico a diferença entre azimuth e contra-azimuth de uma direção é igual a 180° .

Figura 4.8 – Azimute e contra-azimute de uma direção no plano topográfico



A figura 4.8 mostra o azimuth da direção 1-2 (A_{12}) e o azimuth da direção 2-1 (A_{21}). Pode-se dizer que A_{21} é o contra-azimuth da direção 1-2 e que A_{12} é o contra-azimuth da direção 2-1. Pela figura verifica-se que:

$$A_{12} = A_{21} - 180^\circ \quad (4.5)$$

O mesmo não acontece na superfície do elipsóide de revolução, conforme ilustra a figura 4.9.

A convergência meridiana (γ) é a variação do azimuth de uma geodésica em relação a dois meridianos, devido à convergência destes para os pólos.

$$A_{g21} = A_{g12} + 180^\circ + \gamma \quad (4.6)$$

$$A_{g23} = A_{g21} - \alpha \quad (4.7)$$

Sendo:

A_{g12} = azimuth da direção 1-2;

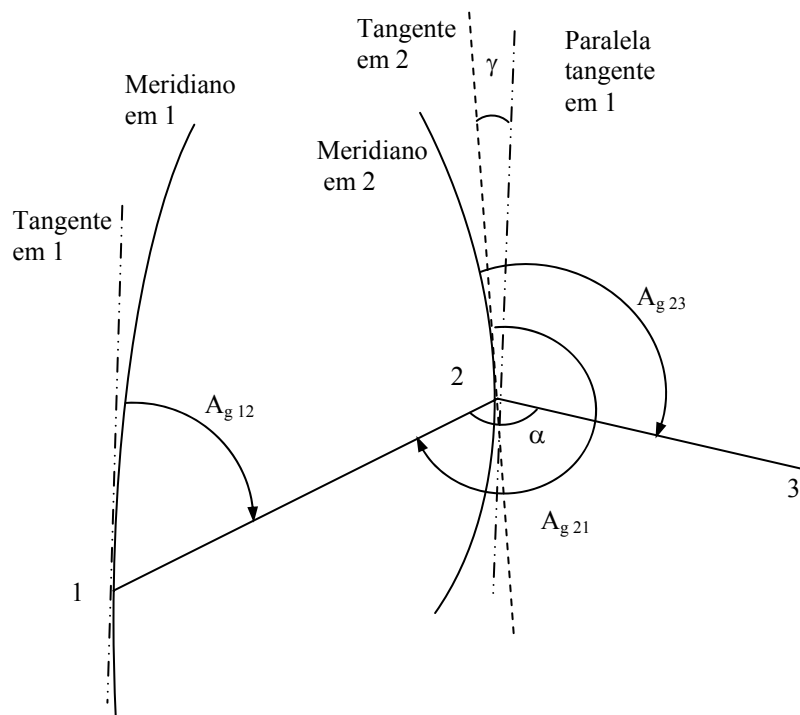
A_{g21} = contra-azimute da direção 1-2;

A_{g23} = azimuth da direção 2-3;

γ = convergência meridiana entre os pontos 1 e 2;

α = ângulo horizontal no sentido anti-horário entre as direções 1-2 e 2-3.

Figura 4.9 – Cálculo do azimuth de uma direção a partir do contra-azimute da direção anterior



Existem diferentes fórmulas para o cálculo da convergência meridiana, em função das coordenadas geodésicas, UTM ou plano-retangulares do sistema topográfico local, definido pela NBR 14166 – Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento.

O cálculo da convergência meridiana a partir das coordenadas geodésicas é feito pelas equações abaixo:

$$\gamma = [\Delta\lambda'' \operatorname{sen}\phi_m \sec(\Delta\phi/2) + F(\Delta\lambda'')^3] \quad (4.8)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \quad (4.9)$$

$$\Delta\phi = \phi' - \phi \quad (4.10)$$

$$F = (\operatorname{sen}\phi_m \cos^2\phi_m \operatorname{sen}^2 1'') / 12 \quad (4.11)$$

sendo:
Geodésia

Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti

γ a convergência meridiana no ponto P considerado ;

ϕ a latitude do ponto P;

ϕ' a latitude do ponto P' ;

λ a longitude do ponto P;

λ' a longitude do ponto P' ;

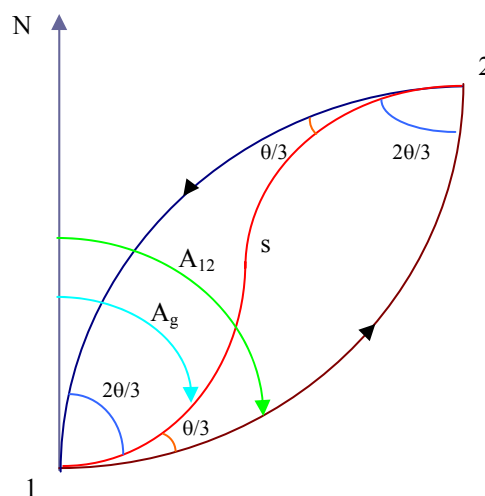
ϕ_m é a latitude média entre os dois pontos considerados P e P'.

Observe-se que, se o azimuth da direção for menor que 180° o segundo ponto estará a leste do primeiro e a convergência meridiana será negativa.

4.5.3.2 Correção para passar da seção normal à linha geodésica

Duas seções normais recíprocas sobre a superfície do elipsóide de revolução formam entre si um ângulo θ , conforme a seção 1.2.2.4. Se fosse possível instalar um teodolito sobre a superfície do elipsóide de revolução as medidas angulares se refeririam às seções normais. Mas é necessário transformar as medidas correspondentes às seções normais em medidas correspondentes à linha geodésica. A figura 4.10 mostra duas seções normais recíprocas e a correspondente geodésica.

Figura 4.10 - Seções normais recíprocas e a linha geodésica



A linha geodésica s divide o ângulo θ formado por duas seções normais recíprocas na

razão 1:2. Portanto o ângulo formado pela geodésica e a seção normal direta de P_1 para P_2 corresponde a $1/3$ do ângulo formado por duas seções normais recíprocas. O ângulo formado pela geodésica e a seção normal recíproca de P_1 para P_2 é $2/3$ do ângulo formado pelas seções normais recíprocas.

O ângulo θ entre a seção normal e a linha geodésica é dado por:

$$\frac{\theta''}{3} = \frac{e'^2 S^2}{4b^2} (\text{sen} 2A_s \cos^2 \phi - \frac{S \text{sen} A_s \text{sen} 2\phi}{4b}) \quad (4.12)$$

que corresponde a $1/3$ da equação entre duas seções normais recíprocas (equação 1.23).

A transformação do azimute de uma seção normal direta (A_s) no azimute da correspondente geodésica (A_{12}) é dada pela equação abaixo, considerando-se o azimute contado a partir do Norte, no sentido horário:

$$A_{12} = A_s - \frac{\theta}{3} \quad (4.13)$$

5. TRANSPORTE DE COORDENADAS NO ELIPSÓIDE

O objetivo da Geodésia Geométrica é a determinação das coordenadas dos vértices de triangulação, trilateração ou poligonação, o que é feito através do transporte vértice a vértice das coordenadas do Datum (origem).

Os valores brutos obtidos nas medidas não podem ser diretamente introduzidos nos cálculos geodésicos, primeiramente porque apresentam erros de medida, devido a falhas do observador, a imperfeição do equipamento e aos efeitos do meio ambiente. Por isso, após a eliminação dos erros sistemáticos, as observações são ajustadas pelo Método dos Mínimos Quadrados, para a eliminação dos erros aleatórios.

Por outro lado, as observações são realizadas na superfície física da Terra, enquanto os cálculos são efetuados sobre a superfície do modelo geométrico, o elipsóide de revolução, efetuam-se então as reduções dos ângulos e distâncias à superfície do elipsóide.

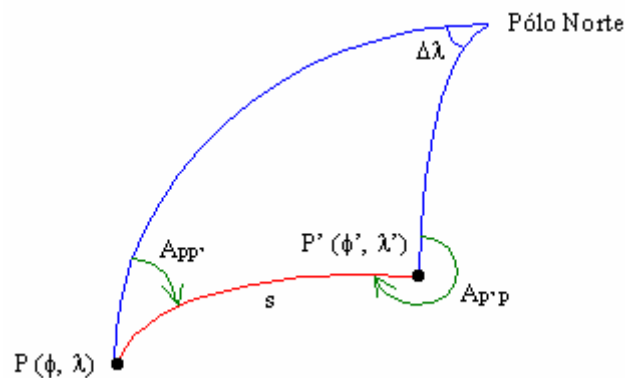
5.1 PROBLEMA DIRETO E INVERSO

Chama-se de Problema Direto, ao transporte de coordenadas no elipsóide de revolução quando são dadas as coordenadas geodésicas de um ponto P do elipsóide (ϕ , λ), a distância (s) a um segundo ponto P' e o respectivo azimuth ($A_{PP'}$) e deseja-se calcular as coordenadas do segundo ponto (ϕ' , λ').

O Problema Inverso é aquele em que são dadas as coordenadas geodésicas de dois pontos P e P' do elipsóide (ϕ , λ) e (ϕ' , λ') e deseja-se calcular a distância geodésica entre os mesmos (s) e os respectivos azimutes ($A_{PP'}$ e $A_{P'P}$).

A figura 5.1 ilustra o Problema Direto e o Problema Inverso.

Figura 5.1 – Problema Direto e Problema Inverso



Existem vários formulários para as soluções dos problemas direto e inverso da Geodésia.

As fórmulas de Puissant são assim chamadas em homenagem ao matemático francês que as demonstrou. Sua demonstração está baseada sobre uma esfera auxiliar tangente ao elipsóide, com raio coincidindo com o raio de curvatura da seção primeiro vertical (SANTOS Jr, 2002, p.9). De acordo com BOMFORD (1971, p.134) essas fórmulas são consideradas com precisão de 1 ppm (parte por milhão) em até 80 ou 100 km.

Nas décadas de 50 e 60 SODANO apresentou fórmulas que fornecem uma solução não iterativa para os problemas direto e inverso da Geodésia, de fácil programação computacional, além de equações auxiliares que visam garantir alto grau de acurácia para qualquer linha geodésica, não importando seu comprimento. A dedução não iterativa foi desenvolvida, a princípio para geodésicas muito longas. Posteriormente, a fim de obter a Geodésia

Maria Aparecida Zehnpfennig Zanetti

mesma acurácia para geodésicas mais curtas, foram desenvolvidas fórmulas alternativas, que também são utilizadas em linhas longas.

SANTOS Jr. (2002) mostra que a utilização de integrais elípticas para a solução dos problemas direto e inverso da Geodésia conduz a soluções matematicamente rigorosas, com discrepâncias insignificantes do ponto de vista físico, entre a solução direta e a inversa, para quaisquer distâncias.

5.2 FÓRMULAS PARA O PROBLEMA DIRETO (segundo Puissant - lados curtos)

As fórmulas para cálculo do problema direto segundo Puissant, aplicadas a lados curtos são:

$$M = a (1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2} \quad (5.1)$$

$$N = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (5.2)$$

$$B = 1 / (M \sin 1'') \quad (5.3)$$

$$h = B s \cos A \quad (5.4)$$

$$C = \tan \phi / (2 M N \sin 1'') \quad (5.5)$$

$$D = (3 e^2 \sin \phi \cos \phi \sin 1'') / [2 (1 - e^2 \sin^2 \phi)] \quad (5.6)$$

$$E = (1 + 3 \tan^2 \phi) / (6 N^2) \quad (5.7)$$

$$\delta \phi'' = h + C s^2 \sin^2 A - E h s^2 \sin^2 A + \dots \quad (5.8)$$

$$\Delta \phi'' = \delta \phi'' + (\delta \phi'')^2 D \quad (5.9)$$

$$\phi' = \phi + \Delta \phi'' \quad (5.10)$$

$$N' = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi')^{1/2} \quad (5.11)$$

$$A' = 1 / (N' \sin 1'') \quad (5.12)$$

$$\Delta \lambda'' = (A' s \sin A) / \cos \phi' \quad (5.13)$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta \lambda'' \quad (5.14)$$

$$\phi_m = (\phi + \phi') / 2 \quad (5.15)$$

$$F = (1/12) \sin \phi_m \cos^2 \phi_m \sin^2 1'' \quad (5.16)$$

$$\gamma'' = \Delta \lambda'' \sin \phi_m \sec(\Delta \phi / 2) + F (\Delta \lambda'')^3 \quad (5.17)$$

$$A_{P'P} = A_{PP'} + \gamma'' \pm 180^\circ \quad (5.18)$$

Sendo dados:

- a : semi-eixo maior do elipsóide de revolução;
- e^2 : primeira excentricidade do elipsóide de revolução;
- ϕ : latitude do ponto P;
- λ : longitude do ponto P;
- s : distância entre P e P';
- $A_{PP'}$: azimuth da direção PP';

Deseja-se calcular:

- ϕ' : latitude do ponto P';
- λ' : longitude do ponto P';
- $A_{P'P}$: azimuth da direção P'P ou contra-azimuth da direção PP';

O símbolo (") refere-se a valores em segundos de arco.

Na aplicação das fórmulas considera-se a latitude (ϕ) negativa no Hemisfério Sul e a longitude (λ) negativa a oeste de Greenwich.

5.3 FÓRMULAS PARA O PROBLEMA INVERSO (segundo Puissant - lados curtos)

A seguir apresenta-se o formulário do Problema Geodésico Inverso segundo Puissant, aplicado a lados curtos. Algumas fórmulas utilizadas como M, N e os coeficientes B, C, D e E são os mesmos do problema direto, mas são apresentados novamente na sequência de utilização, a título de clareza.

$$\Delta\phi'' = \phi' - \phi \quad (5.17)$$

$$\Delta\lambda'' = \lambda' - \lambda \quad (5.18)$$

$$N' = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi')^{1/2} \quad (5.19)$$

$$A' = 1/(N' \sin 1'') \quad (5.20)$$

$$x = (\Delta\lambda'' \cos \phi') / A' \quad (5.21)$$

$$M = a (1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2} \quad (5.22)$$

$$N = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (5.23)$$

$$B = 1 / (M \sin 1'') \quad (5.24)$$

$$C = \tan \phi / (2 M N \sin 1'') \quad (5.25)$$

$$D = (3 e^2 \sin \phi \cos \phi \sin 1'') / [2 (1 - e^2 \sin^2 \phi)] \quad (5.26)$$

$$E = (1 + 3 \tan^2 \phi) / (6N^2) \quad (5.27)$$

$$y = -(\Delta\phi'' + Cx^2 + \Delta\phi''Ex^2 + D(\Delta\phi'')^2)/B \quad (5.28)$$

$$\text{tg } A = x/y \quad (5.29)$$

$$s = y \sec A \quad (5.30)$$

$$s = x \operatorname{cosec} A \quad (5.31)$$

Sendo dados:

- a : semi-eixo maior do elipsóide de revolução;
- e^2 : primeira excentricidade do elipsóide de revolução;
- ϕ : latitude do ponto P;
- λ : longitude do ponto P;
- ϕ' : latitude do ponto P';
- λ' : longitude do ponto P';

Deseja-se calcular:

- s : distância entre P e P';
- $A_{PP'}$: azimute da direção PP';

Para obtenção do azimute é necessário análise de quadrante.

Na aplicação das fórmulas considera-se a latitude (ϕ) negativa no Hemisfério Sul e a longitude (λ) negativa a oeste de Greenwich.

6. ESTRUTURAS GEODÉSICAS DE CONTROLE VERTICAL

A Geodésia Geométrica necessita também determinar a altitude de pontos materializados no terreno, a partir de um ponto origem ou Datum vertical.

Os métodos usuais de nivelamento utilizados são o nivelamento geométrico e o nivelamento trigonométrico.

Conforme a seção 2.4 as redes de controle horizontal e vertical são desenvolvidas independentemente uma da outra. Com isso, pontos que materializam coordenadas horizontais

acuradas normalmente não estão conectados à rede vertical, e pontos associados à rede vertical também não estão relacionados à rede horizontal.

6.1 ALTITUDE ELIPSOIDAL E ALTITUDE ORTOMÉTRICA

Como já visto em seções anteriores a Geodésia utiliza três superfícies (figura 6.1):

- a superfície física da Terra onde são realizadas as operações geodésicas;
- a superfície do modelo geométrico, ou superfície de referência (elipsóide de revolução), onde são efetuados os cálculos;
- o Geóide, que é o geope que mais se aproxima do “nível médio dos mares”.

A vertical do ponto P, na superfície física da Terra é a reta tangente à linha de força nesse ponto e representa a direção do vetor gravidade g .

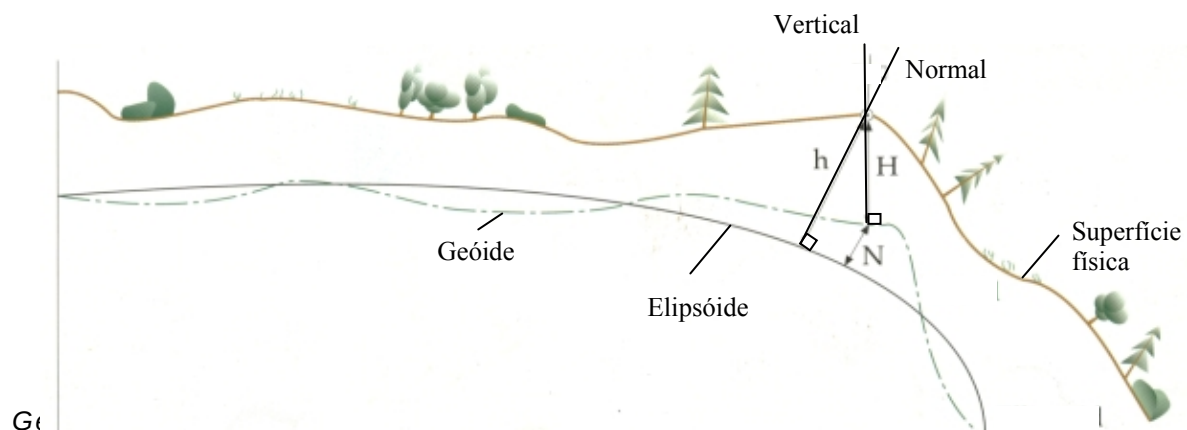
Altitude ortométrica H de um ponto na superfície física terrestre é a distância contada sobre a vertical, desse ponto ao Geóide e pode ser obtida por nivelamento geométrico associado a gravimetria.

Altitude elipsoidal ou geométrica h é a distância de um ponto na superfície terrestre ao elipsóide, contada sobre a normal e N_g é a ondulação do Geóide, separação entre o Geóide e o elipsóide, também sobre a normal.

Tem-se a aproximação:

$$h \approx N_g + H \quad (6.1)$$

Figura 6.1 – Superfície Física, Geóide, Elipsóide, Ondulação Geoidal e Altitudes Elipsoidal e Ortométrica



Onde :

H = altitude ortométrica;

h = altitude geométrica;

N_g = ondulação geoidal.

6.2 DATUM ALTIMÉTRICO – REDES DE ALTITUDES ORTOMÉTRICAS

Em IBGE (2004) encontra-se um resumo histórico das operações de nivelamento geométrico no Brasil, bem como do estabelecimento das redes de altitudes geométricas:

“Em 13 de Outubro de 1945, a Seção de Nivelamento (SNI) iniciava os trabalhos de Nivelamento Geométrico de Alta Precisão, dando partida ao estabelecimento da Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). No Distrito de Cocal, Município de Urussanga, Santa Catarina, onde está localizada a Referência de Nível RN 1-A, a equipe integrada pelos Engenheiros Honório Beserra - Chefe da SNI -, José Clóvis Mota de Alencar, Péricles Sales Freire e Guarany Cabral de Lavôr efetuou a operação inicial de nivelamento geométrico no IBGE.

Em Dezembro de 1946, foi efetuada a conexão com a Estação Maregráfica de Torres, Rio Grande do Sul, permitindo, então, o cálculo das altitudes das Referências de Nível já implantadas. Concretizava-se, assim, o objetivo do Professor Allyrio de Mattos de dotar o Brasil de uma estrutura altimétrica fundamental, destinada a apoiar o mapeamento e servir de suporte às grandes obras de engenharia, sendo de vital importância para projetos de saneamento básico, irrigação, estradas e telecomunicações.

Em 1958, quando a Rede Altimétrica contava com mais de 30.000 quilômetros de linhas de nivelamento, o Datum de Torres foi substituído pelo Datum de Imbituba, definido pela estação maregráfica do porto da cidade de mesmo nome, em Santa Catarina. Tal substituição ensejou uma sensível melhoria de definição do sistema de altitudes, uma vez que a estação de Imbituba contava na época com nove anos de observações, bem mais que o alcançado pela estação de Torres.

O final da década de 70 marcou a conclusão de uma grande etapa do estabelecimento da Rede Altimétrica. Naquele momento, linhas de nivelamento geométrico chegaram aos pontos mais distantes do território brasileiro, nos estados do Acre e de Roraima.

Após aproximadamente 35 anos de ajustamento manual das observações de nivelamento, o IBGE iniciou, nos primeiros anos da década de 80, a informatização dos cálculos altimétricos. Tal processo possibilitou a implantação, em 1988, do Projeto Ajustamento da Rede Altimétrica, com o objetivo de homogeneizar as altitudes da Rede Altimétrica do SGB. Depois da recente conclusão de um ajustamento global preliminar, o Departamento de Geodésia prepara-se agora para dar continuidade ao projeto, com a realização de cálculos ainda mais rigorosos, considerando-se também observações gravimétricas.

Fato também marcante foi o início das operações de monitoramento do nível do mar, em 1993. Com o objetivo de aprimorar o referencial da Rede Altimétrica, o IBGE passou a operar a estação maregráfica de Copacabana, transformando-a em uma estação experimental para finalidades geodésicas. Hoje o IBGE opera outra estação, no Porto de Imbetiba, em Macaé, Rio de Janeiro, com a perspectiva de também assumir a operação da Estação Maregráfica de Imbituba.”

A figura 6.2 mostra a rede altimétrica no Brasil.

Figura 6.2 - Rede Altimétrica no Brasil



Fonte: <http://www.ibge.gov.br>

6.3 NIVELAMENTO GEOMÉTRICO – ASPECTOS INSTRUMENTAIS E CORREÇÕES

Nivelamento geométrico (ABNT, 1994, p.3) é a operação que realiza a medida da diferença de nível entre pontos do terreno por intermédio de leituras correspondentes a visadas horizontais, obtidas com um nível de precisão em miras colocadas verticalmente nos referidos pontos. Pouco difere do realizado em Topografia, apenas o instrumental é mais aperfeiçoado e são tomados cuidados especiais levando em conta correções que o topógrafo

não considera. O método mais utilizado é o das visadas iguais por eliminar os erros sistemáticos devido à refração atmosférica, colimação vertical e efeito da curvatura terrestre. A figura 6.3 ilustra o nivelamento geométrico.

Figura 6.3 – Realização de um Nivelamento Geométrico



Fonte: < [http:// www.geod.rncan.gc.ca/index_e/geodesy_e/](http://www.geod.rncan.gc.ca/index_e/geodesy_e/) >

Neste processo as altitudes são transportadas sucessivamente de um ponto a outro, ou seja, parte-se de um ponto com altitude conhecida e determina-se o desnível até o próximo ponto, obtendo-se a altitude deste.

Recomenda-se o nivelamento duplo, operação realizada em duplo sentido, nivelamento e contra-nivelamento, através das quais é possível se calcular o erro de fechamento. Devem ser utilizados níveis automáticos ou de bolha providos de placas plano-paralelas. Atualmente os modernos níveis eletrônicos também apresentam bons resultados.

A ocorrência e propagação de erros sistemáticos podem ser evitados através dos seguintes cuidados, propostos pela resolução PR nº 22:

- os comprimentos das visadas de ré e vante deverão ser aproximadamente iguais, de modo a se compensar o efeito da curvatura terrestre e da refração atmosférica;
- pelo mesmo motivo não se recomendam visadas com mais de 100 m de comprimento, sendo ideal o comprimento de 60 m (testes desenvolvidos na UFPR comprovam que a

distância de 60 m não possibilita boa coincidência da cunha na mira, aconselhando-se usar distâncias de 40 m no máximo);

- para evitar turbulências causadas pela reverberação, as visadas deverão se situar acima de 20 cm do solo;
- as miras deverão ser utilizadas aos pares tomando-se o cuidado de alterná-las a ré e a vante, de modo que a mira posicionada no ponto de partida (lida a ré) seja posicionada no ponto de chegada (lida a vante), eliminando-se o erro de índice;
- observar a obrigatoriedade da colocação das miras sobre chapas e pinos e no caminhamento sobre sapatas, nunca diretamente sobre o solo.

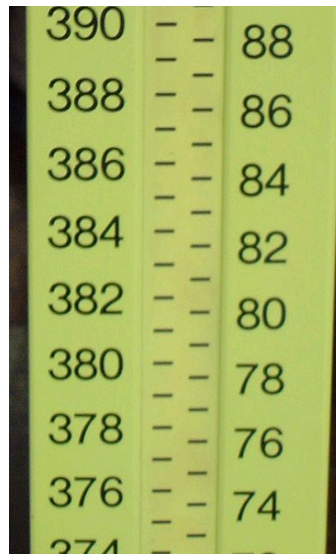
A figura 6.4 mostra um par de sapatas.

Figura 6.4 – Par de sapatas



A figura 6.5 mostra o detalhe de uma mira de ínvar.

Figura 6.5 – Detalhe de uma mira de ínvar



A figura 6.6 mostra uma mira de ínvar colocada sobre uma sapata.

Figura 6.6 – Mira de ínvar sobre uma sapata



6.4 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

O nivelamento trigonométrico era executado nas triangulações e poligonações geodésicas.

De acordo com a resolução PR nº 22, nivelamento trigonométrico é o nivelamento que realiza a medida da diferença de nível entre pontos do terreno, indiretamente, a partir da determinação do ângulo vertical da direção que os une e da distância entre estes,

fundamentando-se na relação trigonométrica entre o ângulo e a distância medida, considerando a altura do centro do limbo vertical do teodolito ao terreno e a altura sobre o terreno do sinal visado.

Sua precisão até alguns anos atrás, com equipamentos mecânicos, era da ordem de alguns decímetros.

Testes desenvolvidos com estação total no nivelamento trigonométrico (FAGGION & FREITAS, 2003), que possui maior rendimento e custo mais baixo que o nivelamento geométrico, proporcionou resultados compatíveis com levantamentos altimétricos de primeira ordem (IBGE, 1983, p. 3).

O nivelamento trigonométrico para lances maiores de 150 m, é realizado de duas maneiras, pelo método das visadas recíprocas ou pelo método das visadas recíprocas e simultâneas.

No método de visadas recíprocas mede-se os dois ângulos verticais entre as duas estações cujo desnível se deseja determinar, além das alturas do instrumento e do alvo. Por cálculo corrigem-se os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica. Este método fornece uma dupla determinação do desnível, sendo utilizada a média.

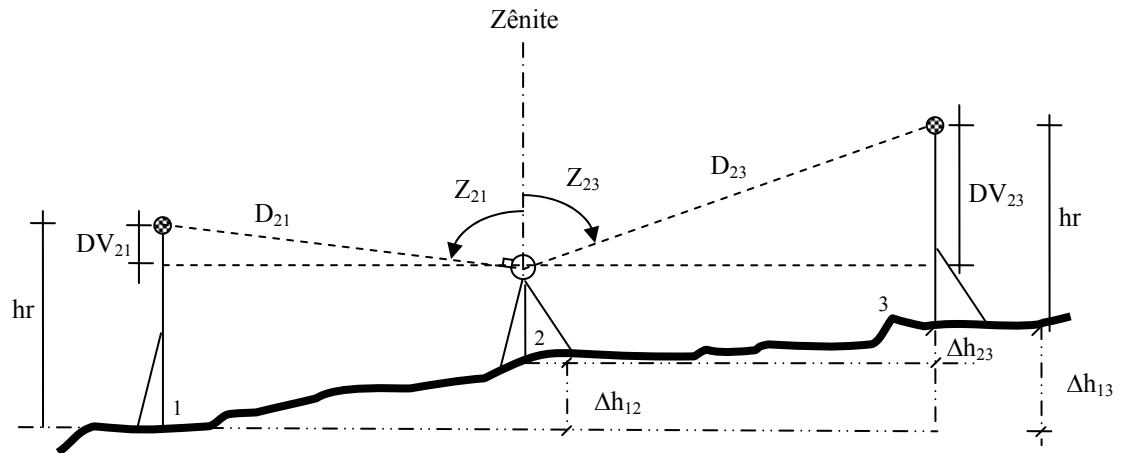
O método de visadas recíprocas e simultâneas é mais preciso que o anterior, pois as determinações são feitas por dois teodolitos simultaneamente, um em cada estação, eliminando-se assim o efeito da curvatura terrestre e o erro devido à refração atmosférica.

6.4.1 CÁLCULO DO DESNÍVEL ENTRE DUAS ESTAÇÕES SEM CONSIDERAR A ALTURA DO INSTRUMENTO

Pode-se errar facilmente 5 mm na medida da altura do instrumento com uma trena que apresenta graduação milimétrica. Visando eliminar este erro é possível determinar o desnível entre duas estações sem medir a altura do instrumento (FREITAS e FAGGION, 2001).

A figura 6.7 ilustra a estação total instalada na estação 2 e os refletores nas estações 1 e 3 com alturas iguais.

Figura 6.7 – Nivelamento trigonométrico com refletores a alturas iguais



O desnível entre as estações 1 e 2 é obtido por:

$$hr = \Delta h_{12} + hi + DV_{12} \quad (6.2)$$

Portanto,

$$\Delta h_{12} = hr - hi - DV_{12} \quad (6.3)$$

O desnível entre as estações 2 e 3 é obtido por:

$$hr = -\Delta h_{23} + hi + DV_{23} \quad (6.4)$$

Portanto,

$$\Delta h_{23} = hi - hr + DV_{23} \quad (6.5)$$

Obtém-se o desnível entre as estações 1 e 3 com:

$$\Delta h_{13} = \Delta h_{12} + \Delta h_{23} \quad (6.6)$$

Substituindo na equação (6.6) as equações (6.3) e (6.5) obtém-se:

$$\Delta h_{13} = (hr - hi - DV_{12}) + (hi - hr + DV_{23}) \quad (6.7)$$

$$\Delta h_{13} = (DV_{23} - DV_{21}) \quad (6.8)$$

$$\Delta H_{13} = D_{23} \cos Z_{23} - D_{21} \cos Z_{21} \quad (6.9)$$

Sendo:

hr = altura do refletor;

hi = altura do instrumento;

Z_{21} = ângulo zenital entre as estações 2 e 1;

Z_{23} = ângulo zenital entre as estações 2 e 3;

D_{21} = distância entre as estações 2 e 1;

D_{23} = distância entre as estações 2 e 3;

7. REFERÊNCIAS

ABNT. **NBR 13133 –Execução de Levantamento Topográfico**. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. 1994. 35 p.

ABNT. **NBR 14166 – Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento**. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. 1998. 23 p.

ASÍN, F. M. **Geodesia y Cartografía Matemática**. Ed. Madrid: Instituto Geografico Nacional. 1990. 422 p.

BOMFORD, G. **Geodesy**. 3th ed. Oxford: Oxford University Press. 1971. 731 p.

COSTA, S.M.A. **Integração da Rede Geodésica Brasileira aos Sistemas de Referência Terrestres**. Curitiba. 156 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. 1999.

DGFI. **Geodetic Reference System 1980 (GRS80)**. Disponível em :
< <http://dgfi2.dgfi.badw-muenchen.de/geodis/REFS/grs80.html> > Acesso em set. 2003.

FAGGION, P.L. & FREITAS, S.R.C. **Desníveis de Precisão em âmbito Regional com Estação Total**. 2003.

FAGGION, P.L. **Obtenção de Elementos de Calibração e Certificação de Medidores Eletrônicos de Distância em Campo e Laboratório**. 130 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. 2001.

GATTI, M.; STOPPINI, A. Appropriate use of international reference frames in regional GPS applications: guidelines and examples. **Bolletino di Geodesia e Scienze Affini**, n. 1, p. 1-18, 2000.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Curitiba: Editora da UFPR, 1999. 302 p.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Geométrica**. Curitiba. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 1987.

GEMAEL, C. **Referenciais Cartesianos Utilizados em Geodésia**. Curitiba. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 1981.

GEODETIC SURVEY DIVISION. **Geodesy**. Disponível em:
< http://www.geod.rncan.gc.ca/index_e/geodesy_e/ > Acesso em out. de 2003.

GRAFAREND, E.W.; AWANGE, J.L. Determination of vertical deflections by GPS/LPS Measurements. **Zfv**. v.8, 2000. p 279-288.

IBGE . Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Geociências/ Geodésia/ Download. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br> >. Acesso em julho de 2003.

IBGE . Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Resolução PR nº 22**. Rio de Janeiro, 1983. 11 p.

IBGE . Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Resolução nº 23**. Rio de Janeiro, 1989. 4 p.

IBGE . Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Proposta Preliminar para a adoção de um referencial geocêntrico no Brasil**. Documento preliminar – texto para discussão. Grupos de Trabalho I e II. Rio de Janeiro, outubro de 2000. 30 p.

IGN. **REGAL**. Disponível em: < <http://kreiz.unice.fr/regal> > Acesso em 01 set. 2001.

KNIPPERS, R. **Geometrics Aspects of Mapping**. Disponível em: <<http://kartoweb.itc.nl/geometrics/Reference%20surfaces/body.htm> > . Acesso em julho de 2004.

LAREG. **ITRF2000**. Disponível em: < <http://lareg.ign.fr> > . Acesso em 01 jun. 2003.

LAREG. **RGP**. Disponível em: < <http://lareg.ensg.ign.fr/rgp> > . Acesso em 01 set. 2001.

MONICO, J.F.G. **Posicionamento pelo NAVSTAR – GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: Editora UNESP, 2000. 287 p.

NADAL, C.A. **Notas de Aula**. Disciplina: Sistemas de Referência. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 2002.

NADAL, C.A. **Insolação de paredes verticais**. Curitiba. Universidade Federal do Paraná. DAEC. 1997. 44p.

NADAL, C.A. & HATSCHBACH, F. **Introdução aos Sistemas de tempo**. Curitiba. Universidade Federal do Paraná. 2000. 51 p.

NGS. **CORS**. Disponível em: < <http://www.ngs.noaa/cors> > . Acesso em 01 set. 2001.

NIMA. **GPS precise ephemerides, satellite clock parameters and smoothed observations**. Disponível em: <www.nima.mil/GandG/sathtml/gpsdoc2003_04c.doc> . Acesso em setembro de 2003.

NMSU. **Sea Surface and Geoid**. Disponível em : <http://geophysics.nmsu.edu/west/introgeophys/05_sea_surface_and_geoid/> . Acesso em julho de 2004.

RÜEGER, J.M. **Electronic Distance Measurement**. 3th ed. Berlin: Springer-Verlag, 1996. 266p.

SANTOS Jr, G. **Utilização da Integral Elíptica para a Solução dos Problemas Direto e Inverso da Geodésia**. Curitiba, 2002. 165 p. Tese (Mestrado em Geociências). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

SCAR. **SCAR**. Disponível em: < <http://www.scar.org> > . Acesso em 01 set. 2001.

SCHERRER, R. **Reducción de distâncias en los distanciómetros infrarrojos**. Herrbrugg, Suíça: Wild Heerbrugg. 19 p.

SPACE FLIGHT DATA. **Motion of the Earth**. Disponível em:
<<http://www.tigerwave.com/spaceflight/EarthMotion.htm>>. Acesso em julho de 2004.

TORGE, W. **Geodesy**. Berlin, New York : Walter de Gruyter, 1980. 254 p.

TORGE, W. **Geodesy**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2001. 416 p.

WALKER, J. **Earth and Moon Viewer**. Disponível em:
< <http://www.fourmilab.ch/cgi-bin/uncgi/Earth?imgsize=1024&opt=>> . Acesso em janeiro de 2003.

ZAKATOV, P.S. **Curso de Geodesia Superior**. Tradução do original russo de 1976. Rússia: Editorial Mir, 1981. 635 p.